

# **Experimentelle und numerische Untersuchungen eines modifizierten Propeller-Viskosimeters zur Bestimmung der Fließeigenschaften nicht-Newtonscher Medien mit inhomogenem Charakter**

Vom Fachbereich Maschinenbau und Verfahrenstechnik  
der Technischen Universität Kaiserslautern  
zur Verleihung des akademischen Grades

**Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)**  
genehmigte  
**Dissertation**

von  
Herrn  
Dipl.-Ing. Thomas Reviol

aus Kaiserslautern

Tag der mündlichen Prüfung:	11. Oktober 2010
Dekan:	Prof. Dr.-Ing. S. Ripperger
Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. S. Ripperger
Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. M. Böhle
	Prof. Dr.-Ing. U. Janoske

D386



---

## Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Lehrstuhl für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen der Technischen Universität Kaiserslautern.

Besonders möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Böhle bedanken, auf dessen fachliche Unterstützung ich mich jederzeit verlassen konnte. Außerdem möchte ich mich für das Vertrauen bedanken, dass er in mich setzte und mich frühzeitig an der Lehre teilhaben ließ.

Weiterhin möchte ich mich bei den Herren Prof. Dr.-Ing. S. Ripperger und Prof. Dr.-Ing. U. Janoske für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission bzw. für die Übernahme des Koreferats bedanken.

Mein Dank gilt zudem meinen Kolleginnen und Kollegen, sowie allen aktuellen und ehemaligen Mitarbeitern des Lehrstuhls, die durch ihre Unterstützung und ihre aufbauenden Worte an dem Gelingen dieser Arbeit zu einem großen Teil beigetragen haben. Ganz besonders möchte ich mich hier auch bei meinen studentischen Hilfskräften bedanken.

Sehr herzlich möchte ich mich auch bei den Herren Volker Höfer und Lutz Urban bedanken, deren Zutun mein Interesse für Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen deutlich mitgeprägt hat und die insbesondere in meiner Anfangszeit jederzeit ansprechbar waren und mir ratgebend zur Seite standen.

Ich möchte mich ebenfalls bei meiner Freundin Rebecca für ihre Hilfe und das umfassende Verständnis und besonders auch für ihre fachlichen Ratschläge bedanken. Mein Dank gilt hier auch meinen Eltern und meinem Bruder, die immer an das Gelingen dieser Arbeit geglaubt und mich immer unterstützt haben.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>ix</b>
<b>Formelverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>7</b>
1.1 Problemstellung . . . . .	7
1.2 Literaturübersicht . . . . .	8
1.3 Zielsetzungen . . . . .	9
<b>2 Grundlagen der Rheologie</b>	<b>11</b>
2.1 Einleitende Überlegungen zum Spannungszustand . . . . .	11
2.2 Kontinuumsmechanische Betrachtung . . . . .	12
2.2.1 Deformationszustand . . . . .	13
2.2.2 Die Fließfunktion . . . . .	16
2.2.3 Normalspannungseffekte . . . . .	19
2.2.4 Fluide ohne Gedächtnis . . . . .	21
2.3 Empirische Modellgesetze . . . . .	22
2.4 Methoden zur Viskositätsbestimmung . . . . .	23
2.4.1 Rotationsviskosimeter . . . . .	23
2.4.2 Taylor-Wirbel . . . . .	25
<b>3 Verfahrensgrundlagen</b>	<b>26</b>
3.1 Dimensionsanalyse . . . . .	26
3.2 Der Leistungscharakter eines Rührorgans . . . . .	29
3.3 Das Rieger-Novak Verfahren . . . . .	30
3.4 Die Metzner-Otto Korrelation . . . . .	34
3.5 Modifiziertes Leistungskonzept . . . . .	35
3.6 Verfahren zur Auswertung . . . . .	38
<b>4 Konstruktion des Propellerviskosimeters</b>	<b>41</b>
4.1 Wahl des Rührorgans . . . . .	41
4.2 Versuchsaufbau . . . . .	42
4.2.1 Messeinheit . . . . .	42
4.2.2 Bewehrung . . . . .	44
4.2.3 Kesselvarianten . . . . .	45
4.3 Steuerung des Messgeräts . . . . .	47

<b>5</b>	<b>Kalibrierung des Propellerviskosimeters</b>	<b>49</b>
5.1	Vergleichsmedien . . . . .	49
5.1.1	Newtonsch . . . . .	49
5.1.2	Nicht-Newtonsch . . . . .	51
5.2	Newtonsche Kalibrierung . . . . .	52
5.2.1	PE-Deckelfass . . . . .	53
5.2.2	Laborkessel . . . . .	55
5.2.3	Quasiunendlicher Kessel . . . . .	55
5.3	Nicht-Newtonsche Kalibrierung . . . . .	56
5.3.1	Ermittlung der Metzner-Otto Größe . . . . .	56
5.3.2	Einführung des modifizierten Leistungskonzepts . . . . .	58
5.3.3	Fluidabhängigkeit des Geometrieparameters $C_0$ . . . . .	59
5.3.4	Validierung der Kalibrierungsmessung mit Rotationsviskosimetrie . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Numerische Untersuchungen</b>	<b>64</b>
6.1	Vernetzung . . . . .	64
6.1.1	Rührorgan . . . . .	64
6.1.2	Kesselvarianten . . . . .	66
6.2	Rechengebiet und Randbedingungen . . . . .	68
6.2.1	Erstellung der Simulationsmodelle . . . . .	68
6.2.2	Geometrische Randbedingungen . . . . .	69
6.2.3	Rheologische Randbedingungen . . . . .	71
6.2.4	Wahl der Solvereinstellungen . . . . .	72
6.3	Untersuchungen mit Newtonschen Medien . . . . .	73
6.3.1	Numerische Nachrechnung der Versuchskonfigurationen . . . . .	74
6.3.2	Numerische Berechnung des quasiunendlichen Kessels . . . . .	75
6.4	Untersuchungen mit nicht-Newtonschen Medien . . . . .	76
6.4.1	Numerische Nachrechnung der Versuchskonfigurationen . . . . .	76
6.4.2	Numerische Berechnung des quasiunendlichen Kessels . . . . .	80
<b>7</b>	<b>Realsubstratmessung</b>	<b>85</b>
7.1	Probenherkunft . . . . .	85
7.2	Erstellung des Viskositätsverlaufs . . . . .	86
<b>8</b>	<b>Fehlerbetrachtung</b>	<b>88</b>
8.1	Gültigkeit der theoretischen Grundlagen . . . . .	88
8.2	Fehler in der fertigungstechnischen Umsetzung der Konstruktion . . . . .	88
8.3	Fehler in der experimentellen Versuchsdurchführung . . . . .	88
8.4	Statistische Fehler . . . . .	90
8.5	Fehler in der numerischen Versuchsdurchführung . . . . .	90

<b>9 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>91</b>
9.1 Zusammenfassung . . . . .	91
9.2 Ausblick . . . . .	92
<b>A Exemplarische Bestimmung von <math>C_0</math> am Beispiel eines Zylinders</b>	<b>A-1</b>
<b>B Im Vorfeld durchgeführte numerische Untersuchung</b>	<b>B-1</b>
<b>C Daten der verwendeten Messtechnik</b>	<b>C-1</b>
<b>D Newtonsche Leistungscharakteristika</b>	<b>D-1</b>
D.1 Leistungscharakteristik des Rührorgans im PE-Fass . . . . .	D-1
D.2 Leistungscharakteristik des Rührorgans im Laborkessel . . . . .	D-2
D.3 Leistungscharakteristik des Rührorgans im quasiunendlichen Kessel . . . .	D-3
<b>E Ergebnisse der Kalibrierung mit nicht-Newtonschen Medien</b>	<b>E-1</b>
E.1 Verlauf der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ . . . . .	E-1
E.1.1 Nicht-Newtonsche Kalibriermessungen im PE-Fass . . . . .	E-1
E.1.2 Nicht-Newtonsche Kalibriermessungen im Laborkessel . . . . .	E-3
E.1.3 Nicht-Newtonsche Kalibriermessungen im quasiunendlichen Kessel	E-6
E.2 Abhängigkeit der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ vom Fluid . . . . .	E-9
E.3 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ mit Rotationsviskosimetrie . . . . .	E-11
E.3.1 PE-Fass . . . . .	E-11
E.3.2 Laborkessel . . . . .	E-14
<b>F Numerische Vergleichsuntersuchungen</b>	<b>F-1</b>
<b>Betreute Arbeiten</b>	<b>G-1</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>H-1</b>





## Abbildungsverzeichnis

2.1	Couette-Strömung . . . . .	11
2.2	zeitabhängige Scherung eines Fluidelements . . . . .	12
2.3	Änderung der Geschwindigkeit infolge Deformation und Drehung . . . . .	13
2.4	zeitliche Änderung zweier materieller Linienelemente . . . . .	15
2.5	Fließ- und Viskositätskurve eines Newtonschen Mediums . . . . .	17
2.6	Spannungszustand am Fluidelement . . . . .	18
2.7	schematischer Verlauf der Schubspannung eines strukturviskosen Fluids . . . . .	19
2.8	schematischer Verlauf der Viskosität eines strukturviskosen Fluids . . . . .	19
2.9	Zur Versuchsführung verwendetes Rheometer . . . . .	24
2.10	schematische Darstellung von Taylor-Wirbeln . . . . .	25
3.1	relevante Größen an einem Rührwerk . . . . .	27
3.2	Leistungskurven verschiedener Rührer . . . . .	30
3.3	Rührkessel . . . . .	35
3.4	Spannungsbeiträge am Propeller . . . . .	36
3.5	grafische Durchführung des Rieger Novak Verfahrens . . . . .	39
3.6	grafische Durchführung des Metzner Otto Verfahrens . . . . .	40
4.1	verwendete Versuchshydraulik . . . . .	41
4.2	Zusammenbauzeichnung der Messeinheit . . . . .	43
4.3	Bewehrung . . . . .	44
4.4	Kunststofffass aus PE mit Deckel und Spannring . . . . .	45
4.5	Laborkessel aus PMMA . . . . .	46
4.6	Propellerviskosimeter . . . . .	47
5.1	Viskosität in Abhängigkeit von Konzentration und Temperatur . . . . .	49
5.2	Viskositätskurven der verwendeten nicht-Newtonschen Medien . . . . .	52
5.3	Leistungskurve des Viskosimeters, Variante 001a . . . . .	53
5.4	$K_{MO}$ -Verlauf für das Deckelfass, $1 - Ma. \%$ . . . . .	56
5.5	$K_{MO}$ -Verlauf für den Laborkessel, $1 - Ma. \%$ . . . . .	57
5.6	Verlauf des Parameters $C_0$ in Abhängigkeit des Fluids . . . . .	60
5.7	Verlauf der $K_{MO}$ -Größe in Abhängigkeit des Fluids . . . . .	60
5.8	Viskositätskurve . . . . .	62
6.1	Netz des Propellers . . . . .	64
6.2	Netz der Propellerschaufel . . . . .	65
6.3	Eintrittsinterface des Propellers . . . . .	66

6.4	Austrittsinterface des Propellers . . . . .	66
6.5	Simulationsmodell mit geometrischen Randbedingungen, Hydraulik 001d .	68
6.6	Leistungskurve simuliert, 001a . . . . .	74
6.7	Leistungskurve simuliert, 001e . . . . .	75
6.8	Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl . . . . .	77
6.9	Verlauf des Proportionalitätsfaktors . . . . .	78
6.10	Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl . . . . .	79
6.11	Verlauf des Proportionalitätsfaktors . . . . .	79
6.12	Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl . . . . .	80
6.13	Verlauf des Proportionalitätsfaktors . . . . .	81
6.14	Verlauf des Proportionalitätsfaktors . . . . .	82
6.15	Verlauf des Proportionalitätsfaktors . . . . .	82
6.16	Verlauf des Faktors $C_0$ in Abhängigkeit des Fluids . . . . .	83
6.17	Verlauf der $K_{MO}$ -Größe in Abhängigkeit des Fluids . . . . .	84
7.1	Versuchsaufbau zur Realsubstratmessung . . . . .	85
7.2	Realsubstratmessung, Hydraulik bewehrt . . . . .	86
7.3	Realsubstratmessung, Hydraulik unbewehrt . . . . .	87
A.1	exemplarischer Zylinder . . . . .	A-1
B.1	Ergebnisse der Vorauslegung . . . . .	B-1
D.1	Leistungskurve des Viskosimeters, PE-Fass . . . . .	D-1
D.2	Leistungskurve des Viskosimeters, Laborkessel . . . . .	D-2
D.3	Leistungskurve des Viskosimeters, quasiunendlicher Kessel . . . . .	D-3
E.1	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo1_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-1
E.2	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo2_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-1
E.3	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo3_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-2
E.4	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo4_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-2
E.5	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo5_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-2
E.6	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo6_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-3
E.7	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo7_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-3
E.8	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo1_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-4
E.9	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo2_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-4
E.10	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo3_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-4
E.11	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo4_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-5
E.12	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo5_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-5
E.13	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo6_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-5
E.14	Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo7_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-6

E.15 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo1_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-6
E.16 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo2_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-7
E.17 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo3_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-7
E.18 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo4_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-7
E.19 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo5_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-8
E.20 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo6_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-8
E.21 Verlauf der Faktoren für das Fluid $Rheo7_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel . . .	E-8
E.22 Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001a . . . . .	E-9
E.23 Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001b . . . . .	E-9
E.24 Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001c . . . . .	E-10
E.25 Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001d . . . . .	E-10
E.26 Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001e . . . . .	E-10
E.27 Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001f . . . . .	E-11
E.28 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo1_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-12
E.29 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo2_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-12
E.30 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo3_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-13
E.31 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo4_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-13
E.32 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo5_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-13
E.33 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo6_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-14
E.34 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo7_{nN}$ , PE-Fass . . . . .	E-14
E.35 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo1_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-15
E.36 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo2_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-15
E.37 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo3_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-15
E.38 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo4_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-16
E.39 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo5_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-16
E.40 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo6_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-16
E.41 Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ , $Rheo7_{nN}$ , Laborkessel . . . . .	E-17



## Tabellenverzeichnis

5.1	Eingesetzte Newtonsche Medien . . . . .	50
5.2	Eingesetzte nicht-Newtonsche Medien . . . . .	51
5.3	Notation der verwendeten hydraulischen Systeme . . . . .	53
5.4	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001a . . . . .	54
5.5	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001b . . . . .	54
5.6	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001c . . . . .	55
5.7	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001d . . . . .	55
5.8	$K_{MO}$ -Wert in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums . . . .	57
5.9	$C_0$ in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums . . . . .	59
5.10	$C_0$ und $K_{MO}$ in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums . .	61
6.1	Drehzahlvarianten der numerischen Untersuchungen . . . . .	70
6.2	Materialparameter der verwendeten Modellmedien . . . . .	72
6.3	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001e . . . . .	76
6.4	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001f . . . . .	76
6.5	numerisch bestimmte $K_{MO}$ und $C_0$ -Werte . . . . .	83
6.6	$C_0$ und $K_{MO}$ in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums . .	84
C.1	technische Daten der verwendeten Drehmomentmesswellen . . . . .	C-1
C.2	technische Daten des verwendeten Temperatursensors . . . . .	C-1
C.3	technische Daten des verwendeten Motors . . . . .	C-1
D.1	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001a und 001b . . . . .	D-2
D.2	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001c und 001d . . . . .	D-2
D.3	Parameter der Regressionsansätze, Variante 001e und 001f . . . . .	D-3
F.1	Vergleich single und double precision . . . . .	F-1



## Liste der verwendeten Formelzeichen

Symbol	Beschreibung	Einheit
$A$	Fläche	$m^2$
$B$	Wandabstand Rührwerk	$m$
$C_0$	Proportionalitätsfaktor	—
$d$	Propeller-, Zylinderdurchmesser	$m$
$D$	Kesseldurchmesser	$m$
$\mathbf{D}$	Verzerrungsgeschwindigkeitstensor	$s^{-1}$
$\mathbf{E}$	Einheitsmatrix	—
$F$	beliebiges Skalarfeld	—
$Fr$	Froude-Zahl	—
$g$	Gravitationskonstante	$m\,s^{-2}$
$h$	Höhe	$m$
$H$	Einbauhöhe Rührwerk	$m$
$H$	Zylinderhöhe	$m$
$I$	Hauptinvariante des Tensors $\mathbf{D}$	—
$k$	Konsistenzfaktor	—
$K$	Vorfaktor	—
$K_{MO}$	Geometriefaktor von Metzner und Otto	—
$KQ$	Drehmomentbeiwert	—
$\mathbf{L}$	Geschwindigkeitsgradiententensor	$s^{-1}$
$L$	Geometriefaktor von Henzler	—
$m$	Fließindex	—
$M$	Drehmoment	$Nm$
$\vec{n}$	Normalenvektor	$m$
$n$	Drehzahl	$s^{-1}$
$Ne$	Newton-Zahl	—
$N(\dot{\gamma})$	Normalspannungsfunktion	$Pa$
$p$	Druck	$Pa$
$P$	Leistung	$W$

$\vec{r}$	Ortsvektor	$m$
$r, R$	Radius	$m$
$Re$	Reynolds-Zahl	—
<b>S</b>	Spannungstensor	$Pa$
$t$	Zeit	$s$
$T$	Höhe Fluidsäule über Rührwerk	$m$
<b>T</b>	Zusatzspannungstensor	$Pa$
$Ta$	Taylor-Zahl	—
$u, v, w$	kartesische Geschwindigkeiten	$m/s$
$\vec{v}$	Geschwindigkeitsvektor	$m/s$
<b>W</b>	Drehgeschwindigkeitstensor	$s^{-1}$
$x, y, z$	kartesische Koordinaten	$m$
$y^+$	dimensionsloser Wandabstand	—

### griechische Formelzeichen

Symbol	Beschreibung	Einheit
$\varphi$	Stofffunktion	—
$\gamma$	Scherung	$rad$
$\dot{\gamma}$	Scherrate	$s^{-1}$
$\lambda$	Eigenwert	—
$\mu$	dynamische Viskosität	$Pa \cdot s$
$\bar{\mu}$	Bezugsviskosität	$Pa \cdot s$
$\mu_0$	untere Grenzviskosität	$Pa \cdot s$
$\mu_\infty$	obere Grenzviskosität	$Pa \cdot s$
$\nu_{1,2}$	Normalspannungskoeffizienten	$Pa \cdot s^2$
$\Pi$	beliebige dimensionslose Größe	—
$\rho$	Dichte	$kg/m^3$
$\tau_0$	Fließgrenze	$Pa$



---

$\tau$	Schubspannung	$Pa$
$\vec{\omega}$	Wirbelvektor	$s^{-1}$
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit	$s^{-1}$

**Indizes**

001a	Hydraulikvariante des bewehrten Deckelfasses
001b	Hydraulikvariante des unbewehrten Deckelfasses
001c	Hydraulikvariante des bewehrten Laborkessels
001d	Hydraulikvariante des unbewehrten Laborkessels
001e	Hydraulikvariante des bewehrten, quasiunendlichen Kessels
001f	Hydraulikvariante des unbewehrten, quasiunendlichen Kessels
$N$	Newtonsche Größe
$nN$	nicht-Newtonsche Größe
*	beliebig gewählter Wert



## Abstract

The development of mixers, used in biogas applications, requires the knowledge of the rheological properties of the mixed fluids. As the rheological behavior is usually unknown, it has to be measured for each substance. Most of the various measurement methods in use estimate the rheological parameters by analyzing the flow conditions in a small gap. The inhomogeneous character of the fluids will cause mixed- or solid body friction, so the results of the measurements are not exact or the measuring procedure is actually not possible.

In this assignment, a method will be developed to estimate the functions of shear stress and shear viscosity for inhomogeneous and non-Newtonian fluids, as they are found in biogas power plants. As mentioned above, the estimation of the rheological values of a fluid is usually based on the analysis of a known velocity profile in a small gap. In this work an alternative procedure will be presented, that is not based on the examination of a velocity profile. This procedure is analyzing the power requirements for mixing a viscous fluid. The knowledge of the power requirement allows to estimate the dynamic viscosity of the fluid.

First, the theoretical fundamentals will be summarized. The Explanation contains the mathematical formulas to describe a non-newtonian fluid, that is not depending on his own flow history. Furthermore the function of shear stress will be explained. With respect to the influence of the effects of normal stresses, that are typical for non-newtonian flow, the theoretical fundamentals of these effects are described.

A dimensional analysis will be carried out to find the relevant dimensionless parameters that are describing the mixing process. Based on these quantities the power requirement of the mixer will be analyzed to determine the dynamic viscosity of the mixed substrate. After determining the viscosity, the function of the shear stress can be estimated. It can be found, that the relevant parameters for describing the power requirement are the Reynolds-number and the Newton-number. Both quantities can be drawn as a graph in which the Newton-number is plotted versus the Reynolds-number. The resulting curve represents the power characteristic of the mixer. This curve can be sectioned in three regions of different flow regimes. The first region describes the laminar regime. Here, viscous effects are dominating the flow. For high Reynolds-numbers, the flow becomes turbulent and the viscous effects become less important. In between these regions, there is the region of transition. In this assignment, the viscous effects will be analyzed. Thus only the laminar flow regime is relevant for investigation. There are further quantities

that are describing the laminar mixing process. However, these quantities are not taken into account, because of their constant behavior.

With the presented mathematical fundamentals and the carried out dimensional analysis, two procedures will be introduced. These procedures are common methods to design mixers. The first procedure was presented by Rieger and Novak, the second one by Metzner and Otto. The method of Rieger and Novak compares the power requirement of a mixer that is used in a newtonian fluid with the power requirement of the same mixing geometry applied in a non-newtonian fluid. Rieger and Novak found a mathematical relationship between the resulting dimensionless power-numbers for both mixing procedures. The Newton-number is related to the Reynolds-number and can be formulated as a function of this number. When assuming laminar flow, Rieger and Novak found, that the function of the Reynolds-Number of the newtonian flow can be equated with the Newton-number of the non-newtonian flow. Under this assumption, the power requirement of a mixer, that is used in a non-newtonian fluid, can be determined, when the power requirement of the mixer is known for a newtonian fluid at the same shaft speed. Furthermore Rieger and Novak introduced the concept of the apparent viscosity. This concept was also introduced by Metzner and Otto. In their paper, they assume that the mixing procedure of a newtonian and a non-newtonian fluid will cause the same power requirement, if the viscosity of the non-newtonian fluid is similar to the newtonian fluid for the chosen shaft speed. Metzner and Otto postulated a linear relationship between the shaft speed and the mean shear rate for the given geometry. Their assumption is only valid for the laminar regime and for pseudoplastic fluids. They introduced a constant proportionally factor. For different geometries the factor can be various and must be estimated by experiments for each used geometry. Henzler formulated a further concept that is based on the power of the mixer instead of the shaft speed. The concept of Henzler is also valid above the laminar regime and contains also an proportionally factor for geometry. This factor must be estimated by experiments for each used geometry. For the laminar flow regime, the concept of Henzler can be derivated into the concept of Metzner and Otto.

A modification of Henzlers concept is developed in this work. It is based on the state of stress on a mixing element. In case of a slow rotating cylinder, an analytic relationship between the shear rate and the shaft speed was found. To extend the modified concept on arbitrary mixing elements, a geometric proportionally factor was introduced, analogous to the concepts of Metzner and Otto and Henzler. In the course of this assignment, based on theoretical investigations, it became evident, that the introduced proportionally factors are depending on the fluid behavior. The constant character of the factors, introduced by Metzner and Otto and Henzler can't be confirmed.

A further aspect of this work is the development of a propeller-viscosimeter, that is based on the described methods and procedures. The viscosimeter has to be suitable for scientific and practical usage. Hence the viscosimeter is designed for the usage of three different tanks. These are a transparent tube and a more robust PE-barrel. The third one is a tank with an almost endless diameter. This means that the diameter is much more greater than the diameter of the propeller- for example the diameter of a fermenter of a biogas power plant. The viscosimeter will be calibrated with newtonian and non-newtonian fluids as described in the already mentioned procedures. All steps are described and documented for all tanks. The tank with the almost endless diameter could not be calibrated with experiments, so the calibrating procedure was executed with numerical methods. The numerical method is also used on the first two tanks to check the suitability of the numerical methods .

The propeller-viscosimeter was also used to determine the dependency of the proportionally factors of the mentioned procedures from the fluid behavior. For this, several non-newtonian fluids are used to estimate a mathematical regression law. With this law the influence of the fluid can be calculated and the proportionally factor can be determined also for unknown fluids. With this law a measurement procedure of an unknown fluid is possible and the function of shear stress can be determined iteratively.

The suitability of the designed propeller-viscosimeter and the modified concept will be demonstrated with a sample of a real substrate.

## Kurzfassung

Zur Auslegung von Rührwerken der Biogasapplikationen sind rheologische Kenntnisse über das zu rührende Medium von großer Bedeutung. Diese Kenntnisse sind jedoch meist nicht vorhanden. Eine Bestimmung der rheologischen Größen dieser Medien mit konventionellen Verfahren ist in der Regel nicht möglich. Herkömmliche Verfahren nutzen zur Bestimmung der rheologischen Größen oft eine Auswertung des laminaren Geschwindigkeitsprofils in einem bekannten Spalt aus. In diesem Spalt kann es infolge der großen Anzahl an Festkörpern zu Misch- und Festkörperreibung kommen, die das Messergebnis verfälschen, oder die Messung unmöglich machen.

Diese Arbeit hat zum Ziel ein Verfahren zu entwickeln, das die Bestimmung der Fließkurve von inhomogenen, nicht-Newtonschen Medien ermöglicht, wie diese beispielsweise in Biogasanlagen anfallen. Wie bereits erwähnt ist eine konventionelle Bestimmung der rheologischen Größen in der Regel an die Auswertung eines Geschwindigkeitsprofils gekoppelt. Im Rahmen dieser Arbeit soll ein alternatives Verfahren zur Verfügung gestellt werden, das nicht auf der Auswertung eines Geschwindigkeitsprofils beruht. Das vorgestellte Verfahren basiert auf der Betrachtung der Leistung, die ein Rührwerk benötigt, um ein viskoses Medium zu rühren.

Zunächst werden, für das Verfahren notwendige, grundlegende theoretische Hintergründe zusammengefasst und erläutert. Die Ausführungen beinhalten die mathematische Beschreibung von Fluidmodellen, mit denen nicht-Newtonsche Fluide ohne Gedächtnis modelliert werden können. Neben der Erläuterung der Fließfunktion wird auf die Existenz von Normalspannungseffekten eingegangen, die bei nicht-Newtonschen Medien mitunter von Bedeutung sein können. Weiterhin werden empirische Modellgesetze vorgestellt, mit deren Hilfe rheologische Parameter ermittelt werden können.

Weiterhin wird im Rahmen dieser Arbeit eine Dimensionsanalyse durchgeführt, um die relevanten Kenngrößen zu identifizieren, die den Rührprozess beschreiben. Basierend auf diesen Kenngrößen erfolgt die Auswertung des Leistungsbedarfs des Rührwerks, die einen Rückschluss auf die Viskosität des Substrats und damit auf die Fließfunktion zulässt. Als relevante Größen konnten im Bereich der schleichenden Strömung die Reynolds-Zahl und die Newton-Zahl identifiziert werden. Die ermittelten Kennzahlen beschreiben die so genannte Leistungscharakteristik eines Rührorgans. Diese lässt sich aufteilen in einen laminaren Bereich, in dem viskose Effekte den vorherrschenden Einfluss ausüben, und in einen turbulenten Bereich, in dem viskose Effekte nur von untergeordneter Bedeutung sind. Zwischen den beiden erwähnten Bereichen befindet sich ein Übergangsbereich. Da

diese Arbeit zum Ziel hat, Aussagen über die dynamische Viskosität eines Mediums zu treffen, wird ausschließlich der laminare Bereich der Leistungskurve betrachtet. Zu erwähnen ist, dass neben der Re-Zahl und der Ne-Zahl weitere Kenngrößen für den betrachteten Bereich der Leistungscharakteristik von Bedeutung sind. Diese konnten aber bei der Auswertung der Leistungskurve unberücksichtigt bleiben, da diese Größen konstanten Charakter aufwiesen.

Mit Hilfe der kontinuumsmechanischen Grundlagen und der durchgeführten Dimensionsanalyse werden zwei Verfahren eingeführt, die zur Auslegung von Rührwerken häufig angewendet werden. Diese Verfahren sind das von Rieger und Novak vorgestellte Verfahren und das von Metzner und Otto eingeführte Drehzahlkonzept. Das Verfahren von Rieger und Novak vergleicht die Leistung eines Rührwerks, bei Einsatz in Newtonschen Medien mit dem Einsatz in nicht-Newtonschen Medien. Rieger und Novak formulierten einen mathematischen Zusammenhang zwischen den resultierenden dimensionslosen Leistungswerten. Dieser Zusammenhang besagt, dass die Ne-Zahl als eine Funktion der Re-Zahl ausgedrückt werden kann. Unter der Voraussetzung einer Einschränkung auf den laminaren Bereich konnten Rieger und Novak der Funktion der Re-Zahl des Newtonschen Mediums die Ne-Zahl des nicht-Newtonschen Mediums zuordnen. Dies ermöglicht so die Berechnung der Leistung eines Rührwerks, das in nicht-Newtonschen Medien eingesetzt wird, wenn der Leistungsbedarf des Rührwerks für ein Newtonsches Medium bekannt ist. Weiterhin führten Rieger und Novak das Prinzip der scheinbaren Viskosität ein. Dieses Prinzip wurde auch von Metzner und Otto verwendet und besagt, dass ein Rührvorgang eines Newtonschen und eines nicht-Newtonschen Mediums die gleiche Leistung benötigt, wenn die Viskosität des nicht-Newtonschen Mediums bei der gewählten Drehzahl der Viskosität des Newtonsche Mediums entspricht. Metzner und Otto postulierten für eine laminare Strömung einen linearen Zusammenhang zwischen der Drehzahl des Rührwerks und der mittleren Scherrate am Rührorgan. Als Proportionalitätsfaktor führten Metzner und Otto einen konstanten Wert ein, der eine spezifische Rührergeometrie charakterisiert und experimentell ermittelt werden muss. Das Drehzahlkonzept von Metzner und Otto wurde von Henzler aufgefasst und zu einem Leistungskonzept erweitert, das im Gegensatz zu dem von Metzner und Otto vorgeschlagenen Ansatz außerhalb des laminaren Bereichs Gültigkeit besitzt. Das Leistungskonzept von Henzler beinhaltet ebenfalls einen Geometriebeiwert, der für spezifische Geometrievarianten experimentell ermittelt werden muss. Dieses Leistungskonzept wird im Rahmen dieser Arbeit aufgefasst und modifiziert.

Zur Formulierung des modifizierten Leistungskonzepts wird der Spannungszustand an einem Rührorgan betrachtet. Für den Fall eines langsam drehenden Zylinders konnte eine analytische Beziehung zwischen Scherrate und Drehzahl gefunden werden. Um das Konzept auf geometrisch komplexe Rührorgane anwenden zu können, wurde das erwei-

terte Leistungskonzept in eine Form gebracht, die analog zu dem von Metzner und Otto und zu dem von Henzler vorgeschlagenen Konzept einen Geometriebeiwert vorsieht. Im Zuge der Betrachtung des erweiterten Leistungskonzepts konnte theoretisch gezeigt werden, dass das Verfahren nach Metzner und Otto bzw. von Henzler von dem zu rührenden nicht-Newtonschen Fluid beeinflusst wird. Ein konstanter Charakter der Metzner-Otto Größe konnte somit nicht bestätigt werden.

Im Verlauf der Arbeit wird ein Propellerviskosimeter konstruiert, das auf den oben erläuterten Prinzipien beruht. Das Propellerviskosimeter soll für den Laborbetrieb und für den Feldeinsatz tauglich sein. Daher werden drei verschiedene Kesselvarianten vorgesehen. Diese sind ein standardisiertes PE-Fass, ein PMMA Kessel, sowie ein quasiunendlicher Kessel, dessen Durchmesser sehr viel größer ist, als der Durchmesser des Rührorgans und so den Direkteinsatz im Fermenter simuliert. Die zum Betrieb des Propellerviskosimeters nötigen Newtonschen und nicht-Newtonschen Kalibrierungsschritte werden erläutert und dokumentiert. Da der quasiunendliche Kessel nicht mit experimentellen Methoden untersucht werden kann, wird weiterhin eine numerische Untersuchung der verwendeten Kessel durchgeführt, die auch die Kalibrierung des quasiunendlichen Kessels mit numerischen Methoden beinhaltet.

Mit der ausgeführten Konstruktion wurde weiterhin der Einfluss des Mediums auf die Geometriebeiwerte der vorgestellten Konzepte untersucht. Hierzu wurde mittels verschiedener nicht-Newtonscher Modellmedien eine Regressionsfunktion erstellt, die den Einfluss des Mediums auf den Geometriebeiwert beschreibt. Hieraus resultiert die Möglichkeit auch für Medien mit unbekannter Fließfunktion einen Messvorgang iterativ durchzuführen.

Die Tauglichkeit des Verfahrens wird mit einem exemplarischen Messvorgang einer Realsubstratprobe demonstriert.



## 1. Einleitung

### 1.1. Problemstellung

Biogasanlagen werden als dezentrale Einrichtungen zur Energieumsetzung eingesetzt. Landwirtschaftlich oder industriell anfallende, gärfähige Abfallstoffe werden hierzu in einem Biogasreaktor, auch Fermenter genannt, gesammelt und vergärt. Dieser Prozess ist dem in Faultürmen kommunaler Abwasseranlagen ähnlich. Das entstehende Biogas wird gesammelt und gegebenenfalls in einem nahe gelegenen Blockheizkraftwerk verbrannt und in elektrische Energie und Wärmeenergie umgewandelt [1].

Obwohl der Fermentierungsvorgang in kommunalen Abwasseranlagen seit vielen Jahren praktiziert wird, ist die Übertragung der verwendeten Technik auf die Energieerzeugung in Biogasanlagen nicht ohne weiteres möglich und diese somit nicht optimal einsetzbar. Als ein großer Energieverbraucher, der zum Betrieb einer Biogasanlage nötig ist, ist die Rührtechnik der Anlage zu nennen. Da eine homogene Verteilung der methanerzeugenden Bakterienstämme gewünscht ist, um eine gleichmäßige Vergärung zu erzielen, werden vielfältige Rührsysteme eingesetzt, um das Fermentervolumen umzuwälzen. Neben den klassischen Aufgaben der Rührtechnik müssen die Rührwerke der Biogasanlagentechnik dafür sorgen, dass die Substratoberfläche in Bewegung versetzt wird [2].

Die Oberflächenbewegung ist von zweierlei Bedeutung: Für Biogasanlagen ist eine ausgeprägte Oberflächenströmung von großer Wichtigkeit, um der Entstehung von festen Deckschichten entgegen zu wirken. Würde sich eine Deckschicht ausbilden, wäre der Gasertrag der Biogasanlage in Folge der verringerten Austauschfläche reduziert. Weiterhin wird mitunter von einer umfassenden Oberflächenströmung auf eine vollständige Durchströmung des Fermenters geschlossen. Die Strömung in einem Biogasfermenter kann also als Parameter für den optimalen Energieertrag betrachtet werden.

Der vollständigen Durchströmung des Fermenters kann Rechnung getragen werden, wenn im Extremfall eine hohe Anzahl an Rührwerken in das System integriert wird. Da durch unsachgemäßen Einsatz von Rührwerken allerdings der Energieertrag der Anlage sinken würde, ist offensichtlich, dass die minimale Anzahl der Rührwerke für den optimalen Betrieb der Anlage von Interesse ist. Neben der Anzahl der erforderlichen Rührwerke stellt sich weiterhin die Frage, welche Leistung die Rührtechnik in das Fluid übertragen muss, um die geforderten Randbedingungen zu erfüllen. Diese Aspekte sind an die Fließeigenschaften der eingesetzten Medien gekoppelt.

Zur Bewertung der Strömung in einem Fermenter und zur Auslegung der Rührtechnik, ist die Kenntnis der rheologischen Eigenschaften der eingesetzten Substrate der Biogastechnik erforderlich. Herkömmliche Verfahren zur Bestimmung der rheologischen Eigenschaften bedienen sich üblicherweise der Auswertung eines laminaren Geschwindigkeitsprofils in einem bekannten Spalt, z.B. Rotationsviskosimeter nach DIN 53019. Der

mitunter stark inhomogene Charakter der Biogassubstrate macht eine Messung nach diesem Prinzip unmöglich, da entweder in Folge von Mischreibung verfälschte Ergebnisse erzeugt werden, oder die hohe Partikeldichte eine Messung gar unmöglich macht.

Im Rahmen dieser Arbeit soll daher ein Verfahren zur Verfügung gestellt werden, welches die Ermittlung der scheinbaren Viskosität der hochviskosen, und teilweise stark inhomogenen Substrate der Biogasapplikationen ermöglicht.

## 1.2. Literaturübersicht

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Bestimmung der Fließeigenschaft eines nicht-Newtonschen inhomogenen Mediums. Das hierfür entwickelte Messgerät basiert auf dem Vergleich des Leistungsbedarfs eines Newtonschen mit dem Leistungsbedarf eines nicht-Newtonschen Mediums. Zur Bestimmung des Leistungsbedarfs eines nicht-Newtonschen Mediums werden je eine von Rieger und Novak und eine von Metzner und Otto vorgestellte Methode verwendet. Die hierzu verwendete Literatur soll im Folgenden vorgestellt werden. Weiterhin werden Literaturquellen aufgeführt, die den erfolgreichen Einsatz der genannten Verfahren dokumentieren. Dies ist insbesondere für den theoretischen Hintergrund der eingesetzten Verfahren, sowie für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Versuche von Bedeutung.

Das Vorgehen nach den Verfahren von Rieger und Novak und Metzner und Otto ist in der Verfahrenstechnik weit verbreitet und kann in verschiedenen Fachbüchern nachgelesen werden, z.B. [3], [4], [5]. Böhme und Knoch fassten in ihren Veröffentlichungen ebenfalls die genannten Verfahren zusammen [6], [7]. Nachfolgend soll zunächst die Literatur zum Verfahren nach Rieger und Novak vorgestellt werden.

In einer ersten Arbeit stellten Rieger und Novak die theoretischen Grundlagen zu einem Verfahren vor, mit dessen Hilfe ein Scale-Up einer Rührergeometrie durchgeführt werden konnte [8]. Die beschriebene Vorgehensweise wurde ansatzweise bereits von Magnusson [9] vorgeschlagen. In einer späteren Veröffentlichung wird die vorgestellte Theorie erweitert und präzisiert [10]. Hier gehen die Autoren auf die nötigen Randbedingungen für die Gültigkeit ihres Verfahrens ein. Kelkar und Mashelkar befassten sich in ihrer Arbeit ebenfalls mit der von Rieger und Novak vorgestellten Methode und bestätigten das Verfahren für den Bereich der schleichenden Strömung [11]. Insbesondere durch die Darlegung von Kelkar und Mashelkar, dass elastische Effekte viskoelastischer Medien keinen nennenswerten Einfluss auf die Leistungscharakteristik haben [12], kann das Verfahren für die vorliegende Arbeit verwendet werden. Die erwähnte Charakterisierung durch die Leistungskurve wird gemäß Rushton [13] in der Arbeit von Rieger und Novak verwendet. Das zweite Verfahren zum Vergleich des Leistungsbedarfs eines Newtonschen Mediums mit einem nicht-Newtonschen Medium ist das Verfahren nach Metzner und Otto, das einen linearen Zusammenhang zwischen der mittleren Scherrate des Rührorgans und

dessen Drehzahl herstellt [14]. Dieses Verfahren wurde von Metzner und Otto für den Rührvorgang strukturviskoser Medien im laminaren Bereich vorgestellt und von Metzner et al. in zwei weiteren Veröffentlichungen bestätigt [15] bzw. auf den Einsatz von Propellern aus dem maritimen Bereich erweitert [16]. Metzner et al. beschränken den Einsatz ihrer Methode auf strukturviskose Medien im Falle der schleichenden Strömung. Blasinski hat in seiner Veröffentlichung mehrere Paper über dieses Verfahren zusammengefasst [17]. Das Verfahren nach Metzner et al. wurde häufig auf Grund geringer Vorhersagegenauigkeiten und der Abhängigkeit vom gerührten Fluid kritisiert, z.B. von Ulbrecht und Pawlowski [18], [19]. Jedoch konnten Godleski und Smith zeigen, dass das Verfahren von Metzner und Otto ebenfalls Gültigkeit besitzt, wenn der Fließindex des Ostwald-de-Waele Gesetzes veränderlich ist [20]. Tanguy et al. untersuchten die Metzner-Otto Konstante eines Ankerrührers und konnten feststellen, dass sich die Konstante zwar mit dem Fließindex ändert, diese Änderungen aber gering ausfallen [21]. Wichterle fasste das Verfahren als zufriedenstellend genau und praktikabel zusammen [22]. Calderbank und Moo-Young legten in ihrer Arbeit die Gültigkeit des Gesetzes von Metzner et al. unabhängig von der Rührergeometrie dar [23]. Auch die Arbeiten von Bertrand, Ducla, Schümmer und Shekar bestätigen das Verfahren von Metzner et al. für verschiedene Rührorgane [24], [25], [26], [27].

Abschließend wird nun ein kurzer Überblick über durchgeführte theoretische und numerische Arbeiten gegeben, die sich mit dem Fließverhalten nicht-Newtonscher Stoffe befassen:

Die Beschreibung der Turbulenz in Strömungen nicht-Newtonscher Medien wurde bereits von Dodge und Metzner untersucht [28]. Cruz, Rudman und Vaithianathan gehen in ihren Arbeiten auf die numerische Umsetzung mit Turbulenzmodellen ein [29], [30], [31]. Hennig et al. präsentieren einen Versuch die Strömung in einem Biogasreaktor mit einem Fluidmodell nach Newton zu simulieren [32], Paschedag et al. gehen auf die Simulation des Rührvorgangs nicht-Newtonscher Medien ein [33]. Wu und Um simulieren ebenfalls die Strömung in einem Bioreaktor [34], [35]. Neben ihren Versuchen konnten Tanguy et al. zeigen, dass sich die Metzner-Otto Konstante mit numerischen Methoden akzeptabel bestimmen lässt [21].

### 1.3. Zielsetzungen

Ziel dieser Arbeit ist es, ein Messgerät zu entwickeln, das die Bestimmung der scheinbaren Viskosität eines hochviskosen, nicht-Newtonschen und inhomogenen Mediums ermöglicht. Dieses Messgerät soll als Laborgerät und als Feldgerät einsatzfähig sein.

Zunächst sollen die theoretischen Grundlagen des Verfahrens beleuchtet und auf ihre Verwendbarkeit geprüft werden. Dies beinhaltet insbesondere das von Rieger und Novak vorgestellte Verfahren [8], sowie das Vorgehen nach Metzner und Otto [14].

Diese Verfahren sollen anschließend auf eine konstruktive Ausführung eines zu konstruierenden Messgerätes angewandt werden. Da das Gerät sowohl für den Laboreinsatz, als auch für den Feldeinsatz geeignet sein soll, ist es erforderlich verschiedene hydraulische Systeme zu verwenden und somit die Verfahren mehrfach anzuwenden. Als weitere Modifikation soll das Gerät über eine demontierbare Bewehrung verfügen, um die Einflüsse auf die Leistungskurve, die von Rushton erarbeitet wurden [13], untersuchen zu können. Der Feldeinsatz erfordert neben der Untersuchung einer repräsentativen Probe aus dem Fermenterinhalt ebenfalls die Möglichkeit die rheologischen Eigenschaften der Deckschicht im Fermenter zu messen.

Zusammenfassend ergeben sich so eine je zweifache Ausführung der oben genannten Verfahren auf eine Labormodifikation - jeweils mit und ohne Bewehrung - sowie zwei Feldmodifikationen, ebenfalls mit und ohne Bewehrung. Insgesamt fallen somit sechs verschiedene Einsatzmöglichkeiten des Messgerätes an.

Die Modifikationen sind soweit möglich experimentell zu erarbeiten. Da sich insbesondere die Modifikation zur Untersuchung der Deckschicht im Fermenter und damit einen quasiunendlichen Kessel bezieht, ist dieser Teil der Arbeit nicht mehr experimentell durchzuführen. Hierzu soll in geeigneter Weise durch Korrelation der übrigen Experimente mit numerischen Verfahren gezeigt werden, dass eine Vergleichbarkeit zwischen experimentellen Ergebnissen und numerischen Simulationen existiert. Anschließend an diese Korrelationen soll die numerische Durchführung der oben dargelegten Verfahren einen Einsatz des Messgerätes zur Untersuchung der Deckschicht ermöglichen.

Abschließend soll anhand von Realsubstratmessungen die Einsatzfähigkeit des Verfahrens demonstriert werden.

## 2. Grundlagen der Rheologie

Die Rheologie befasst sich mit der Fließfähigkeit von Stoffen. Dabei umfasst sie nicht nur die Betrachtung der fluiden Phase, sondern auch Festkörper [36]. Da sich diese Arbeit mit dem Fließverhalten von Substraten der Biogasapplikationen, also mit Fluiden beschäftigt, beschränken sich die folgenden Ausführungen nur auf die rheologischen Aspekte von fluiden Stoffen.

Die allgemeine Definition des mechanischen Verhaltens von Fluiden und deren grundlegende rheologische Parameter werden in diesem Kapitel erläutert.

### 2.1. Einleitende Überlegungen zum Spannungszustand

Zur Definition des Fließverhaltens einer Strömung wird der einfache Fall einer Couette-Strömung nach Abbildung 2.1 betrachtet.

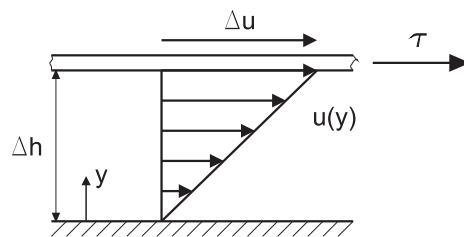


Abbildung 2.1.: Couette-Strömung

Das lineare Geschwindigkeitsprofil im Spalt mit der Höhe  $\Delta h$  wird durch die konstante Schubspannung  $\tau$  hervorgerufen. Aus Versuchen lässt sich schlussfolgern, dass die Schubspannung proportional zur maximalen Geschwindigkeit  $\Delta u$  und der reziproken Spalthöhe  $\Delta h$  ist. Demnach ergibt sich der Zusammenhang gemäß Gleichung (2.1).

$$\tau = \propto \frac{\Delta u}{\Delta h} \quad (2.1)$$

Durch Hinzufügen eines Proportionalitätsfaktors  $\mu$  und durch die Betrachtung infinitesimaler Größen ergibt sich das Schubspannungsgesetz nach Gleichung (2.2). Weiterhin wird die Scherrate  $\dot{\gamma} = du/dy$  eingeführt, welche die Scherung eines Fluidelements um den Winkel  $\gamma$  in Abhängigkeit der Zeit beschreibt, vgl. Abbildung 2.2.

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \quad (2.2)$$

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (2.3)$$

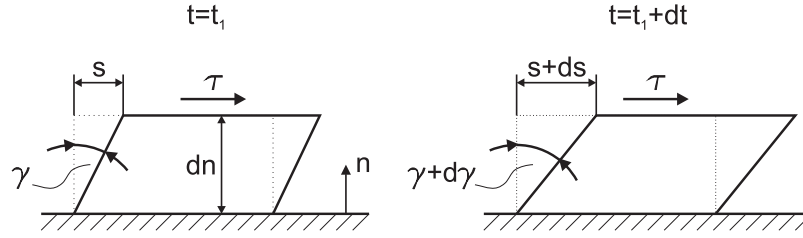


Abbildung 2.2.: zeitabhängige Scherung eines Fluidelements

Der Proportionalitätsfaktor  $\mu$  wird dynamische Viskosität genannt und ist eine materialspezifische Größe. Bei vielen Fluiden ist dieser Parameter von Temperatur und Druck und unter Umständen auch von der Scherung abhängig.

## 2.2. Kontinuumsmechanische Betrachtung

Da die zur Herleitung der Fließfunktion verwendete Couette-Strömung eine stark vereinfachte Strömung beschreibt, ist es nötig das Problem in allgemeiner Form zu betrachten. Dies soll ausgehend von einem Postulat erfolgen [37], welches besagt dass die Reibungsspannungen  $\mathbf{T}$  an einem Fluidelement von der vorhandenen Deformation  $\mathbf{D}$  nach Gleichung (2.4) abhängen.

$$\mathbf{T} = \mathbf{F}(\mathbf{D}) \quad (2.4)$$

Die Ausführungen erfolgen mittels vektorieller Größen. Diese sind der Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  mit der Notation  $\vec{v} = (u, v, w)$  und der Ortsvektor  $d\vec{r}$  mit den Komponenten  $dx$ ,  $dy$  und  $dz$ . Weiterhin wird die substantielle Zeitableitung eines skalaren Feldes  $F = F(x, y, z, t)$  nach Gleichung (2.5) verwendet.

$$\frac{DF}{Dt} = u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial t} = \vec{v} \cdot \text{grad}F + \frac{\partial F}{\partial t} \quad (2.5)$$

Da nur ein kurzer Einblick auf die notwendigen Modellvorstellungen gegeben werden soll, wird lediglich der Deformationszustand sowie die Fließfunktion und der Normalspannungszustand eines Fluidelements erläutert. Abschließend wird ein so genanntes Fluid ohne Gedächtnis vorgestellt.

### 2.2.1. Deformationszustand

Zur Beschreibung des räumlichen Deformationszustandes soll zunächst die Deformation und Drehung eines Volumenelements nach Abbildung 2.3 betrachtet werden.

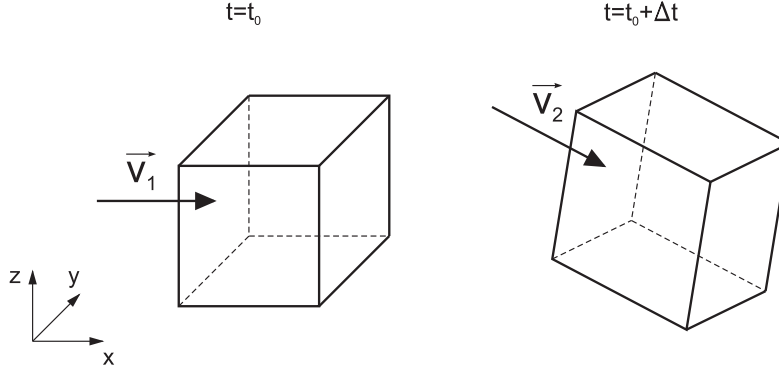


Abbildung 2.3.: Änderung der Geschwindigkeit infolge Deformation und Drehung

Zum Zeitpunkt  $t = t_0$  beträgt die Geschwindigkeit des Fluidelements  $\vec{v}_1 = (u_1, v_1, w_1)$ . In der Zeit  $\Delta t$  erfährt die Strömung eine Deformation und eine Drehung, so dass zum Zeitpunkt  $t = t_0 + \Delta t$  die Geschwindigkeit des Fluidelements  $\vec{v}_2 = (u_2, v_2, w_2)$  beträgt. Die Änderung der Geschwindigkeit von Zustand 1 zu Zustand 2 beläuft sich dann auf Gleichung (2.6), bzw. auf Gleichung (2.7).

$$\begin{aligned} u_2 - u_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ v_2 - v_1 &= \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ w_2 - w_1 &= \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\Rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \text{grad } \vec{v} \cdot d\vec{r} \quad (2.7)$$

Der Gradient des Geschwindigkeitsvektors wird auch Geschwindigkeitsgradiententensor genannt und mit  $\mathbf{L}$  bezeichnet. Dieser Tensor lässt sich in einen symmetrischen Tensor  $\mathbf{D}$  und einen schiefsymmetrischen Tensor  $\mathbf{W}$  zerlegen, so dass für das Skalarprodukt aus Geschwindigkeitstensor und Ortsvektor Gleichung (2.8) gilt [37].

$$\text{grad } \vec{v} \cdot d\vec{r} = \mathbf{L} \cdot d\vec{r} = (\mathbf{D} + \mathbf{W}) \cdot d\vec{r} \quad (2.8)$$

Das Produkt des schiefssymmetrischen Tensors  $\mathbf{W}$  mit dem Ortsvektor  $d\vec{r}$  lässt sich mit dem Wirbelvektor  $\vec{\omega}$  nach Gleichung (2.9) umformulieren.

$$\begin{aligned}\mathbf{W} \cdot d\vec{r} &= \frac{1}{2} \vec{\omega} \times d\vec{r} \\ \Leftrightarrow \mathbf{W} \cdot d\vec{r} &= \frac{1}{2} \text{rot } \vec{v} \times d\vec{r}\end{aligned}\quad (2.9)$$

Zusammen mit Gleichung (2.9) resultiert aus dem Skalarprodukt von Geschwindigkeitsgradient und Ortsvektor Gleichung (2.10).

$$\mathbf{L} \cdot d\vec{r} = \mathbf{D} \cdot d\vec{r} + \frac{1}{2} \text{rot } \vec{v} \times d\vec{r} \quad (2.10)$$

Aus Gleichung (2.10) wird ersichtlich, dass  $\mathbf{D}$  ein Maß für die Änderung in Folge der Verzerrungsgeschwindigkeit ist, während  $\mathbf{W}$  die Änderung durch die Drehung erfasst. Der Tensor  $\mathbf{D}$  wird daher auch als Verzerrungsgeschwindigkeitstensor bezeichnet, Gleichung (2.11),  $\mathbf{W}$  als Drehgeschwindigkeitstensor, Gleichung (2.12), [37].

$$\mathbf{D} := \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{W} := \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 0 & -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Anschließend wird durch Drehung des Koordinatensystems dieses in ein Hauptachsensystem umgewandelt. Hierdurch kann der Tensor  $\mathbf{D}$  in die Diagonalform  $\mathbf{D}^*$  nach Gleichung (2.13) umgeformt werden.

$$\mathbf{D}^* = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$



Die Eigenwerte  $\lambda_i$  lassen sich durch Lösung des Eigenwertproblems  $\mathbf{D} \vec{n} = \lambda \vec{n}$  bestimmen. Hieraus folgt für die Eigenwerte  $\lambda_i$  die kubische Gleichung nach Gleichung (2.14).

$$-\lambda^3 + I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda + I_3 = 0 \quad (2.14)$$

Die Größen  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  sind die Grundinvarianten des Tensors  $\mathbf{D}$  und sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} I_1 &= \text{sp } \mathbf{D} \\ I_2 &= \frac{1}{2} \left( (\text{sp } \mathbf{D})^2 - \text{sp } \mathbf{D}^2 \right) \\ I_3 &= \det \mathbf{D} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Es ist ersichtlich, dass durch geeignete Wahl des Koordinatensystems der Verzerrungsgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{D}$  in Hauptachsenform gebracht werden kann. Somit ergibt sich für die Deformation eines Fluidelements immer eine reine Dehnung in die drei Raumrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems. Es bietet sich also an zur Beschreibung des Verzerrungsgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{D}$  dessen drei Grundinvarianten zu verwenden, da diese vom gewählten Koordinatensystem unabhängig sind und dadurch der Drehgeschwindigkeitstensor  $\mathbf{W}$  unberücksichtigt bleiben kann.

### Herleitung der Scherrate

Die zuvor eingeführt Scherrate  $\dot{\gamma}$  kann direkt aus dem Deformationstensor  $\mathbf{D}$  hergeleitet werden. Hierzu wird die zeitliche Änderung zweier materieller Linienelemente gemäß Abbildung 2.4 betrachtet, [37].

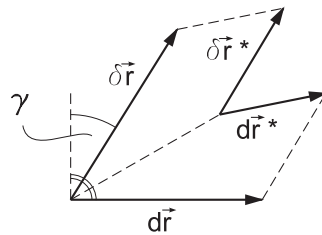


Abbildung 2.4.: zeitliche Änderung zweier materieller Linienelemente [37]

Beide Linienelemente können als Vektoren betrachtet werden. Die zeitliche Änderung des Skalarproduktes beider materieller Linienelemente kann dann mit Hilfe der substantiellen Ableitung nach Gleichung (2.16) angegeben werden.

$$\frac{D(d\vec{r} \cdot \delta\vec{r})}{Dt} = \frac{D(d\vec{r})}{Dt} \cdot \delta\vec{r} + d\vec{r} \cdot \frac{D(\delta\vec{r})}{Dt} \quad (2.16)$$

Der Betrag des Vektors  $d\vec{r}$  wird mit  $ds$  bezeichnet, der Betrag von  $\delta\vec{r}$  mit  $\delta s$ . Der Winkel zwischen den beiden Vektoren beträgt  $90^\circ - \gamma$ , vgl. Abbildung 2.4. Unter Ausnutzung der Beziehung  $\sin\gamma = \frac{d\vec{r} \cdot \delta\vec{r}}{|d\vec{r}| \cdot |\delta\vec{r}|}$  und mit den Definitionen der Tensoren  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{D}$  folgt für Gleichung (2.16):

$$\begin{aligned} \frac{D(ds \delta s \sin\gamma)}{Dt} &= \frac{D(d\vec{r})}{Dt} \cdot \delta\vec{r} + d\vec{r} \cdot \frac{D(\delta\vec{r})}{Dt} \\ \Leftrightarrow \frac{D(ds \delta s \sin\gamma)}{Dt} &= \mathbf{L} d\vec{r} \cdot \delta\vec{r} + d\vec{r} \cdot \mathbf{L} \delta\vec{r} \\ \Leftrightarrow \frac{D(ds \delta s \sin\gamma)}{Dt} &= d\vec{r} \cdot \mathbf{L}^T \delta\vec{r} + d\vec{r} \cdot \mathbf{L} \delta\vec{r} = 2d\vec{r} \cdot \mathbf{D} \delta\vec{r} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Nach [37] wird nun noch mit Hilfe der Produktregel die linke Seite umgestellt und anschließend durch die Beträge  $ds$  und  $\delta s$  dividiert, vgl. Gleichung (2.18).

$$\sin\gamma \left\{ \frac{D(ds)}{Dt ds} + \frac{D(\delta s)}{Dt \delta s} \right\} + \dot{\gamma} \cos\gamma = 2 \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \mathbf{D} \frac{\delta\vec{r}}{\delta s} \quad (2.18)$$

Wird nun Gleichung (2.18) auf ein ebenes Problem angewendet, wie in Kapitel 2.1 beschrieben, so vereinfacht sich Gleichung (2.18). Beide Vektoren aus Abbildung 2.4 stehen senkrecht zueinander, wodurch  $\gamma$  zu Null wird. Und es ergibt sich für die zeitliche Ableitung  $\dot{\gamma}$  der Sachverhalt gemäß Gleichung (2.19). Damit ist ersichtlich, dass der phänomenologisch aufgestellte Zusammenhang aus Kapitel 2.1 aus dem Deformationstensor für den zweidimensionalen Fall hergeleitet werden kann.

$$\dot{\gamma} = 2 D_{xy} \quad (2.19)$$

Die Komponente  $D_{xy}$  des Tensors  $\mathbf{D}$  entspricht demnach der Scherrate  $\dot{\gamma}$ . Aus Symmetriegründen gilt dasselbe für die Komponente  $D_{yx}$ .

### 2.2.2. Die Fließfunktion

In Kapitel 2.1 wurde die Fließfunktion eines Mediums bereits vorgestellt. In den dort angestellten Überlegungen wurde davon ausgegangen, dass der Proportionalitätsfaktor gemäß dem Newtonschen Schubspannungsgesetz konstant ist, vgl. Gleichung (2.2). Der hieraus resultierende Verlauf der Schubspannung  $\tau$  und der dynamischen Viskosität  $\mu$  ist in Abbildung 2.5 zu sehen. Im Rahmen dieser Arbeit soll lediglich die dynamische Viskosität betrachtet werden.

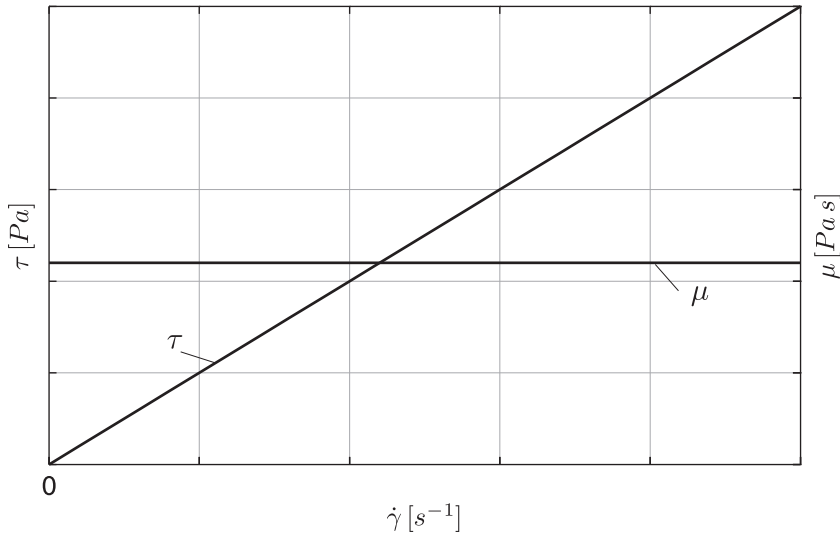


Abbildung 2.5.: Fließ- und Viskositätskurve eines Newtonschen Mediums

In der Realität kann eine Abhängigkeit der Viskosität von verschiedenen Parametern beobachtet werden. Diese kann unter anderem von der Temperatur  $T$ , dem Druck  $p$ , der Bewegungshistorie  $t$  und der Scherrate  $\dot{\gamma}$  abhängig sein.

Die hier betrachteten Medien werden unter viskosimetrischen Bedingungen eingesetzt. Weiter wird angenommen, dass der viskosimetrische Zustand mindestens über die Dauer des Fluidgedächtnisses eingehalten wird. Daher wird auf eine Betrachtung der Abhängigkeit der Viskosität von der Bewegungshistorie verzichtet. Ebenso wird die Druckabhängigkeit in den hier getätigten Überlegungen vernachlässigt, da keine nennenswerten Druckdifferenzen auftreten. Die Abhängigkeit der Temperatur ist allerdings nicht zu vernachlässigen, da vor allem bei Newtonschen Medien eine mitunter starke Temperaturabhängigkeit beobachtet werden kann. Im Folgenden sollen zudem detailliertere Überlegungen zur Abhängigkeit der Viskosität von der Scherrate angestellt werden. Urban hat in seinen Untersuchungen die Schlämme der kommunalen Abwasserbehandlung untersucht und konnte feststellen, dass diese nicht-Newtonschen Charakter aufweisen [38], [39]. Es wird vermutet, dass sich die Substrate der Biogasapplikationen in ähnlicher Weise verhalten. Daher soll im Folgenden der Einfluss der Scherrate auf die Viskosität genauer betrachtet werden.

Hierzu wird auf den Spannungszustand an einem Fluidvolumen verwiesen, Abbildung 2.6. Der Spannungszustand wird durch den Tensor  $\mathbf{S}$  charakterisiert, vgl. Gleichung (2.20). Die Diagonalelemente sind die orthogonal an den Flächen angreifenden Spannungen und können daher auch durch den Ausdruck  $\sigma_{ii} = \tau_{ii} - p$  ersetzt werden. Hierin sind  $\sigma$  die Normalspannungen und  $p$  der statische Druck.

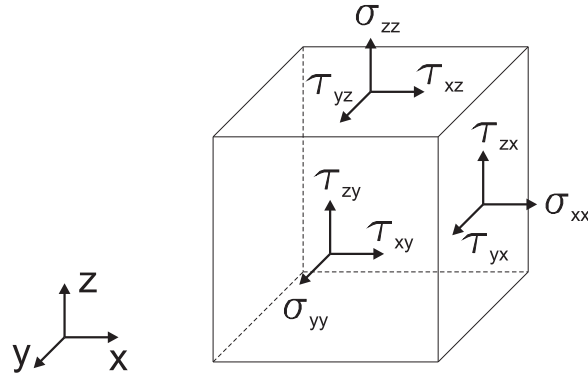


Abbildung 2.6.: Spannungszustand am Fluidelement

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} - p & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} - p & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} - p \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Da zuvor bereits gefordert wurde, dass sich die Strömung viskosimetrisch, das heißt laminar und stationär verhält, werden auf Grund des zweidimensionalen Charakters einer ebenen Schichtenströmung die Komponenten  $\tau_{i,z}$  und  $\tau_{z,i}$  zu Null. Da der Tensor weiterhin symmetrisch ist, kann auf die Indizierung der Schubspannung verzichtet werden, da diese eindeutig festgelegt ist.

Die Fließfunktion eines nicht-Newtonschen Mediums ohne Gedächtnis wird durch Gleichung (2.21) definiert. Die Normalspannungen geben die Normalspannungseffekte wieder. Diese werden in Kapitel 2.2.3 erläutert.

$$\tau = \mu(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma} \quad (2.21)$$

Durch die Abhängigkeit der Viskosität von der Scherrate ändert sich der Charakter der Fließ- und der Viskositätskurve. In Abbildung 2.7 ist der Verlauf eines nicht-Newtonschen Mediums mit scherverdünnendem Charakter angegeben. Medien mit diesem Verhalten werden auch strukturviskose oder pseudoplastische Medien genannt. Der Verlauf ist doppellogarithmisch dargestellt.

Im Bereich sehr kleiner und sehr großer Scherraten wird in der doppellogarithmischen Darstellung eine Kurvensteigung von 1 beobachtet. In diesen Bereichen verhält sich das Fluid wie ein Medium mit konstanter Viskosität. Daher wird in diesen Grenzbereichen von den Newtonschen Grenzviskositäten  $\mu_0$  und  $\mu_\infty$  gesprochen. In Abbildung 2.8 ist der Verlauf der Viskosität eines solchen Mediums dargestellt.

Aus Gründen der Vollständigkeit sollen hier noch die so genannten dilatanten Medien

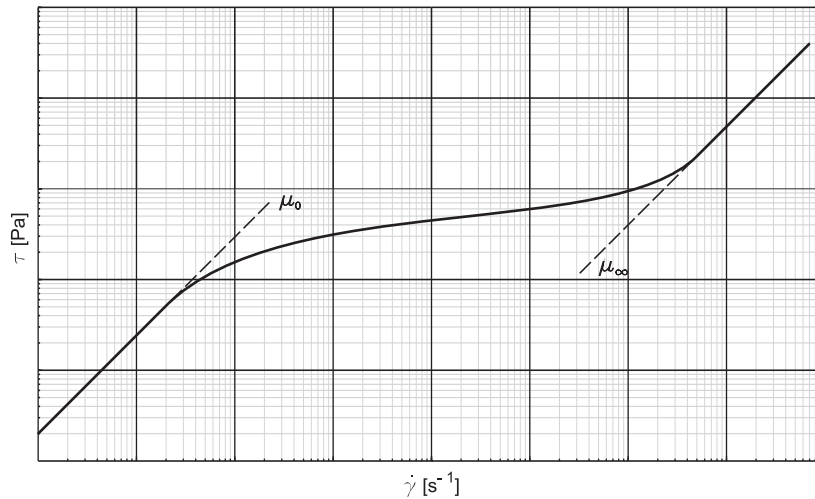


Abbildung 2.7.: schematischer Verlauf der Schubspannung eines strukturviskosen Fluids

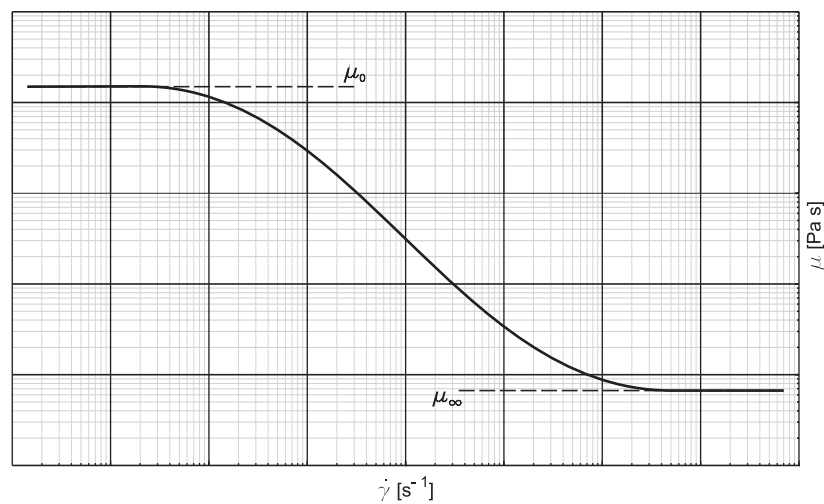


Abbildung 2.8.: schematischer Verlauf der Viskosität eines strukturviskosen Fluids

erwähnt werden, die einen scherverdickenden Charakter aufweisen. Weiterhin werden so genannte Bingham Medien beobachtet, die eine lineare Fließkurve besitzen, sich jedoch erst nach Überschreiten einer Fließgrenze wie eine Flüssigkeit verhalten. Die hier betrachteten Medien werden durch ein strukturviskoses Verhalten charakterisiert. Die weiterhin beobachteten Funktionen der Schubspannung sollen daher hier nicht weiter beschrieben werden.

### 2.2.3. Normalspannungseffekte

Neben der Fließfunktion eines Fluides wirken sich Normalspannungseffekte auf das rheologische Verhalten eines Mediums aus. Daher sollen im folgenden Kapitel die Normalspannungseffekte erarbeitet werden, die zusammen mit der Fließfunktion die Reibung

eines Fluides beschreiben.

Der allgemeine Spannungszustand  $\mathbf{S}$  eines Fluidelements ergibt sich aus dem darauf wirkenden Druck und den angreifenden Reibungsspannungen  $\mathbf{T}$ , vgl. Gleichung (2.22).

$$\mathbf{S} = -p \mathbf{E} + \mathbf{T} \quad (2.22)$$

Im Fall eines Newtonschen, inkompressiblen Fluides ergeben sich die Normalspannungen aus dem negativen statischen Druck und dem Produkt aus dynamischer Viskosität und der entsprechenden Geschwindigkeitsableitung, vgl. Gleichung (2.23) [40].

$$\sigma_{ii} = -p + 2\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (2.23)$$

Bei einer ebenen Schichtenströmung eines Newtonschen Mediums wird der Ausdruck  $\frac{\partial v_i}{\partial x_i}$  zu Null und die Normalspannung in allen Richtungen entsprechen dem Druck. Nach [37] ist dies bei nicht-Newtonschen Medien in der Regel nicht der Fall. Üblicherweise werden die Normalspannungen durch die Differenzen  $\sigma_{xx} - \sigma_{yy}$  und  $\sigma_{yy} - \sigma_{zz}$  ausgedrückt. Der Druck subtrahiert sich in Folge der Differenzenbildung heraus und die Differenzen bleiben als Reibungsspannungen erhalten. Gemäß [37] sind diese für eine inkompressible, viskosimetrische Strömung ausschließlich von der Scherrate  $\dot{\gamma}$  abhängig und werden als Normalspannungsfunktionen  $N_1$  und  $N_2$  bezeichnet, vgl. Gleichung (2.24a).

$$\sigma_{xx} - \sigma_{yy} = N_1(\dot{\gamma}) \quad (2.24a)$$

$$\sigma_{yy} - \sigma_{zz} = N_2(\dot{\gamma}) \quad (2.24b)$$

Zusammen mit dem zuvor erläuterten Sachverhalt zum Newtonschen Schubspannungsgesetz nach Gleichung (2.1) lässt sich der vollständige Spannungszustand auf ein Fluidteilchen durch den Spannungstensor  $\mathbf{S}$  angeben:

$$\mathbf{S} = -p \mathbf{E} + \begin{bmatrix} +N_1(\dot{\gamma}) + N_2(\dot{\gamma}) & \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & 0 \\ \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & +N_2(\dot{\gamma}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Der Spannungstensor  $\mathbf{S}$  nach Gleichung (2.25) wird als allgemeine Stoffgleichung für viskosimetrische Strömungen inkompressibler Fluide bezeichnet [37].

### 2.2.4. Fluide ohne Gedächtnis

Eine Modellvorstellung zur Beschreibung der Fließeigenschaften wurde mit dem Newtonschen Schubspannungsgesetz gemäß Gleichung (2.1) bereits eingeführt. Dieses Modell umfasste allerdings nur den Sonderfall einer Newtonschen und ebenen Strömung. In Kapitel 2.2.3 wurde mit Hilfe der Normalspannungsfunktion und des Newtonschen Schubspannungsgesetz der vollständige Spannungszustand an einem Fluidelement für eine viskosimetrische Strömung beschrieben. Basierend auf diesen Ansätzen soll ein für den räumlichen Zustand gültiges Fluidmodell erstellt werden.

Solch ein Fluidmodell wird nach [37] in der folgenden Form festgelegt:

$$\mathbf{T} = f(\mathbf{D}) \quad (2.26)$$

Wird weiterhin angenommen, dass das Fluid keine bevorzugte Bewegungsrichtung hat, ergibt sich ein isotropes Fluidverhalten, das aber sehr wohl von der Scherung abhängig sein kann. Aus der Isotropie lässt sich aber folgern, dass das Fluid unabhängig vom Koordinatensystem ist. Somit können auch die Hauptachsensysteme der Tensoren  $\mathbf{T}$  und  $\mathbf{D}$  zur Übereinkunft gebracht werden und die Beziehung zwischen  $\mathbf{T}$  und  $\mathbf{D}$  lässt sich auf drei skalare Beziehungen zwischen den Eigenwerten der genannten Tensoren reduzieren [37]. Weiterhin führt Böhme die drei Stofffunktionen  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  ein, die von den zuvor eingeführten Grundinvarianten des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors  $\mathbf{D}$  abhängen. Somit ergibt sich für das Fluidmodell  $\mathbf{T}$  die Form nach Gleichung (2.27)

$$\mathbf{T} = \varphi_1(I_1, I_2, I_3) \mathbf{E} + \varphi_2(I_1, I_2, I_3) \mathbf{D} + \varphi_3(I_1, I_2, I_3) \mathbf{D}^2 \quad (2.27)$$

Die Gleichung (2.27) beschreibt den vollständigen Spannungszustand an einem viskosimetrischen Fluidelement in Abhängigkeit des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors  $\mathbf{D}$ . Die hiermit charakterisierbaren Medien werden Reiner-Rivlin-Fluid genannt.

Wird die Gültigkeit von Gleichung (2.27) auf inkompressible Fluide reduziert, so entfällt die erste Grundinvariante des Tensors  $\mathbf{D}$ , da für diesen Fall gilt:  $I_1 = \text{div } \vec{v} = 0$ . Die mathematische Beschreibung der Reiner-Rivlin-Fluide reduziert sich dann auf Gleichung (2.28).

$$\mathbf{S} = -p \mathbf{E} + \varphi_1(I_2, I_3) \mathbf{D} + \varphi_2(I_2, I_3) \mathbf{D}^2 \quad (2.28)$$

Die Ähnlichkeit zwischen der allgemeinen Gleichung für viskosimetrische Fluide, vgl. Gleichung (2.25), und inkompressible Reiner-Rivlin-Fluide, vgl. Gleichung (2.28), ist deutlich zu erkennen. Die Stoffgrößen  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  beschreiben die Viskosität eines Mediums, bzw. die Normalspannungskoeffizienten. Werden letztere vernachlässigt, so vereinfacht sich Gleichung (2.28) weiter zu Gleichung (2.30).

$$\mathbf{S} = -p \mathbf{E} + 2\mu (\dot{\gamma}) \mathbf{D} \quad (2.29)$$

$$\Rightarrow \mathbf{T} = 2\mu (\dot{\gamma}) \mathbf{D} \quad (2.30)$$

Für den Fall einer ebenen Strömung und einer konstanten Viskosität  $\mu$  liegt mit Gleichung (2.30) das Newtonsche Schubspannungsgesetz vor. Somit steht ein allgemeines, für viskosimetrische Strömungen gültiges Fließgesetz zur Verfügung, das im Rahmen der Theorieführung zur Methode von Rieger und Novak benötigt wird.

In allgemeineren Fällen, die auch instationäres Verhalten oder den Gedächtniseinfluss des Mediums berücksichtigen, werden mathematisch aufwändigere Modelle eingesetzt. Diese sollen hier nicht beschrieben werden. Zur Erklärung wird auf die Literaturquellen [41], [42] und [43] verwiesen.

### 2.3. Empirische Modellgesetze

Häufig werden anstatt der oben vorgestellten Modelle empirische Gesetze verwendet, um die Fließfunktion zu bestimmen. Zwei bekannte Gesetze, die in dieser Arbeit Anwendung finden sind das Gesetz von Ostwald de Waele und das Gesetz von Herschel Bulkley. Diese Gesetze sind keine Modellgesetze im physikalischen Sinn. Es handelt sich bei diesen Modellen um mathematische Regressionsmodelle. Dementsprechend wird das Ostwald de Waele Gesetz häufig auch als "power-law" bezeichnet. Bei beiden Modellen handelt es sich um Potenzansätze, die den veränderlichen Bereich der Fließkurve in guter Näherung beschreiben. In den Bereichen, in denen die Grenzviskositäten gültig sind versagen diese Ansätze. Abhilfe schafft in diesen Bereichen das Gesetz von Carreau [43]. Dieses wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet und wird daher nicht eingehender erläutert. In den nachfolgenden Abschnitten sollen die Modellgesetze von Ostwald de Waele und Herschel Bulkley beschrieben werden.

#### Das Modellgesetz von Ostwald de Waele

Das Modellgesetz von Ostwald de Waele ist ein Potenzansatz zur Modellierung von Fließ- und Viskositätskurve. Mathematisch ermöglicht dieses Gesetz sowohl die Modellierung von strukturviskosem als auch von dilatantem Modellverhalten. Zur mathematischen Beschreibung des Potenzgesetzes wird der Konsistenzfaktor  $k$  eingeführt, der einen Vorfaktor darstellt, mit dem die Scherrate multipliziert wird. Weiterhin wird der Fließindex  $n$  eingeführt, der der Exponent der Scherrate ist. Gleichung (2.31) ist die mathematische Definition des Modellgesetzes von Ostwald de Waele.

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (2.31)$$



Durch das Potenzieren des Konsistenzfaktors ergibt sich die Besonderheit, dass die Dimension des Faktors nur in Abhängigkeit zu dem dazugehörigen Fließindex angegeben werden kann. Die Dimension des Konsistenzfaktors beträgt also  $[Pa\ s^{1+n}]$ .

Für Fließindizes kleiner 1 beschreibt der Potenzansatz von Ostwald de Waele strukturviskoses Materialverhalten. Ist der Fließindex größer 1, ergibt sich ein dilatanter Kurvenverlauf. Für den Grenzfall  $n = 1$  gilt  $k = \mu$ . In diesem Fall liegt Newtonsches Fließverhalten vor.

### Das Modellgesetz nach Herschel-Bulkley

Das Modellgesetz nach Herschel-Bulkley verhält sich ähnlich, wie der Modellierungsansatz von Ostwald de Waele, allerdings berücksichtigt dieses Modellgesetz Bingham-Medien. Dazu wird als Summand die Grenzs Schubspannung  $\tau_0$  in das Potenzgesetz eingefügt, vgl. Gleichung (2.32).

$$\tau = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (2.32)$$

## 2.4. Methoden zur Viskositätsbestimmung

Im Laufe der Zeit haben sich viele Verfahren zur Viskositätsmessung etabliert. Häufig werden Rotationsviskosimeter oder Kapillar-Viskosimeter eingesetzt. Verwendung finden auch Auslaufbecher oder Kugelfallverfahren. Weitere Verfahren sind in der Norm DIN 51550 aufgelistet. Alle aufgezählten Verfahren nutzen zur Viskositätsmessung die Ausprägung eines laminaren Geschwindigkeitsprofils in einem definierten Spalt.

Die in dieser Arbeit durchgeführten Vergleichsmessungen wurden mit einem Rotationsviskosimeter des Searle-Typs durchgeführt. Daher soll im Folgenden auf das Prinzip der Rotationsviskosimetrie eingegangen werden.

### 2.4.1. Rotationsviskosimeter

Das Verfahren der Rotationsviskosimetrie ist ein weitläufig eingesetztes Verfahren. Um einheitliche Durchführung und Ausführung zu gewährleisten ist das Verfahren in den Normen DIN 53018, DIN 53019 und DIN 53214 festgelegt. Mit dem Verfahren ist es möglich, sowohl Newtonsche, als auch nicht-Newtonsche Medien auf ihre Fließfunktion zu untersuchen.

Das Verfahren besteht aus der Rotationsbewegung zweier coaxialer Zylinder. Wird der äußere Zylinder angetrieben, wird von einem Rotationsviskosimeter vom Couette-Typ gesprochen, wird der innere angetrieben, handelt es sich um einen Searle-Typ. In dieser Arbeit wird ein Rotationsviskosimeter vom Searle-Typ verwendet. Zur Messung wird

entweder die Winkelgeschwindigkeit oder das Drehmoment vorgegeben. Je nach Vorgabe wird die verbleibende Größe im Verlauf der Messung aufgenommen.

Die koaxialen Zylinder weisen eine definierte Geometrie auf. Der Abstand wird Messspalt genannt. Das Geschwindigkeitsprofil im Messspalt ist aufgrund der definierten Geometrie bekannt. Zusammen mit der Schubspannung kann gemäß dem Newtonschen Schubspannungsgesetz die Viskosität bestimmt werden, vgl. Gleichung (2.2). Diese nimmt bei Newtonschen Medien einen konstanten Wert an. Nicht-Newtonsche Medien weisen keinen konstanten Viskositätsverlauf auf. Nach DIN 1342 und DIN 13342 wird in diesem Fall von scheinbaren Viskositäten gesprochen.

In Abbildung 2.9 ist das verwendete Rotationsviskosimeter zu sehen. Zur Messung stehen verschiedene Werkzeuge zur Verfügung, die einen jeweils anderen Messbereich aufweisen. Der gesamte Messbereich, der mit den vorhandenen Werkzeugen untersucht werden kann, wird durch das Intervall  $\mu = [5 \cdot 10^{-3} \dots 8 \cdot 10^2] \text{ Pa s}$  beschrieben. Weiterhin ist das Messgerät mit einem Temperaturmantel versehen. Dieser ermöglicht die Temperierung der Messproben auf Werte von  $T = -28^\circ\text{C}$  bis  $T = 200^\circ\text{C}$ .



Abbildung 2.9.: Zur Versuchsführung verwendetes Rheometer

### 2.4.2. Taylor-Wirbel

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei dem verwendeten Rheometer um ein Rotationsviskosimeter des Searle-Typs. Im Gegensatz zu Rotationsviskosimetern vom Couette-Typ, bei denen sich der äußere Zylinder bewegt, besteht bei dem verwendeten Typ die Möglichkeit, dass Taylor-Wirbel auftreten. Taylor-Wirbel sind ein metastabiler Zustand, der eintritt, bevor Turbulenz einsetzt. Diese Wirbel bilden sich torusförmig um den inneren, drehenden Zylinder aus. Der Torus bewegt sich zwar in Richtung der Hauptströmung, überlagert diese aber mit einer Drehung, die tangential auf der Mantelfläche des Torus liegt. Bildet sich ein weiterer Torus aus, so wird sich die Drehung entgegengesetzt zur Drehung des vorherigen Torus ausbilden. In Abbildung 2.10 ist die Ausbildung von Taylor-Wirbeln schematisch dargestellt.

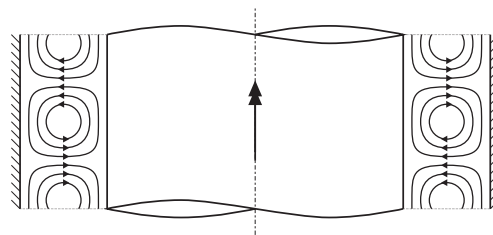


Abbildung 2.10.: schematische Darstellung von Taylor-Wirbeln

Die Entstehung des Effekts gründet sich auf Zentrifugaleffekte, die durch den inneren sich drehenden Zylinder der Strömung aufgezwungen werden. Daher tritt in einem Viskosimeter vom Couette-Typ dieses Phänomen nicht auf.

Um sicher zu stellen, dass die Messungen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden, nicht von Taylor-Wirbeln verfälscht werden, wird auf die Kennzahl nach Taylor zurückgegriffen. Die Taylor-Zahl berechnet sich aus der Dichte  $\rho$ , der Drehzahl  $n$  und der dynamischen Viskosität  $\mu$ , sowie den geometrischen Größen  $r_i$  und  $r_a$  des Viskosimeters, vgl. Gleichung (2.33)

$$Ta = \frac{\rho 2\pi n}{\mu} \sqrt{r_i} \cdot (r_a - r_i)^{1,5} \quad (2.33)$$

Die kritische Taylor-Zahl beträgt  $Ta = 41,3$  und darf nicht überschritten werden, sollen Taylor-Wirbel vermieden werden. Dies ist bei allen durchgeführten Messungen, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt wurden der Fall.

### 3. Verfahrensgrundlagen

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein Verfahren zu entwickeln, das hochviskose und inhomogene nicht-Newtonsche Medien einer Bestimmung der Fließfunktion zugänglich macht. Das Verfahren soll nicht auf der Auswertung einer Geschwindigkeitsverteilung in einem bekannten Spalt basieren, wie dies bei konventionellen Rheometern der Fall ist, vgl. Kapitel 2.4. Stattdessen wird der Betrieb eines Rührwerks abstrahiert, mit dem Ziel, basierend auf dem Leistungsverbrauch des Rührwerks, Rückschlüsse auf die Viskosität des Mediums zu treffen.

Um den Prozess eindeutig zu beschreiben, wird eine Dimensionsanalyse durchgeführt.

#### 3.1. Dimensionsanalyse

Zunächst müssen die für das Problem relevanten Größen identifiziert werden.

Die Kennzahlen sollen den Prozess dahingehend charakterisieren, welche Leistung vom Rührwerk zur Verfügung gestellt werden muss. Daher ist die Wellenleistung  $P$  in der Dimensionsanalyse zu berücksichtigen.

Über Schub- und Normalspannungen soll die mechanische Energie des Rührwerks in das Medium transportiert werden. Diese Prozesse hängen von den rheologischen Eigenschaften des Mediums ab. Diese werden im Fall eines Reiner-Rivlin Fluids durch die Fließfunktion und die Normalspannungsfunktionen beschrieben. Die Materialparameter, die diese Funktionen charakterisieren, sind die dynamische Viskosität  $\mu$ , sowie die Normalspannungskoeffizienten  $\nu_1$  und  $\nu_2$ . Da diese Faktoren im Fall nicht-Newtonscher Medien von der Scherrate  $\dot{\gamma}$  abhängen, muss diese ebenfalls berücksichtigt werden. Weiterhin wird das Medium durch die Dichte  $\rho$  charakterisiert. Es wird davon ausgegangen, dass sich das Medium wie ein Kontinuum verhält. Diskrete Effekte bleiben unberücksichtigt. Das durch das Rührwerk bewegte Volumen ist ebenfalls von Interesse. Dieses kann gemäß der Kontinuitätsgleichung durch die durchflossene Fläche  $A$  und die Fließgeschwindigkeit  $\vec{v}$  bestimmt werden. Die Fläche ist proportional zum Quadrat des Propellerdurchmessers  $d_p$ . Dieser wird als charakteristische Länge gewählt. Die Geschwindigkeit ergibt sich aus Drehzahl und Durchmesser des Propellers. Als weitere relevante Größe wird daher auf die Drehzahl  $n$  zurückgegriffen. Wird weiterhin die Geometrie des Rührkessels berücksichtigt, sind der Abstand  $B$  des Rührwerks zur Kesselwand, die Höhe  $S$  der Fluidsäule über der Symmetrieachse des Propellers, sowie die Höhe  $H$  der Aufstellung von Interesse. Der Durchmesser  $D$  des Kessels ist ebenfalls mit einzubeziehen.

Die Erdbeschleunigung wird durch die Gravitationskonstante  $g$  berücksichtigt.

Insgesamt werden so 13 relevante Größen identifiziert. Aus dem  $\Pi$ -Theorem lassen sich demnach zehn charakteristische Kennzahlen bestimmen, die den Prozess charakterisieren. In Abbildung 3.1 sind alle Größen zusammenfassend dargestellt.

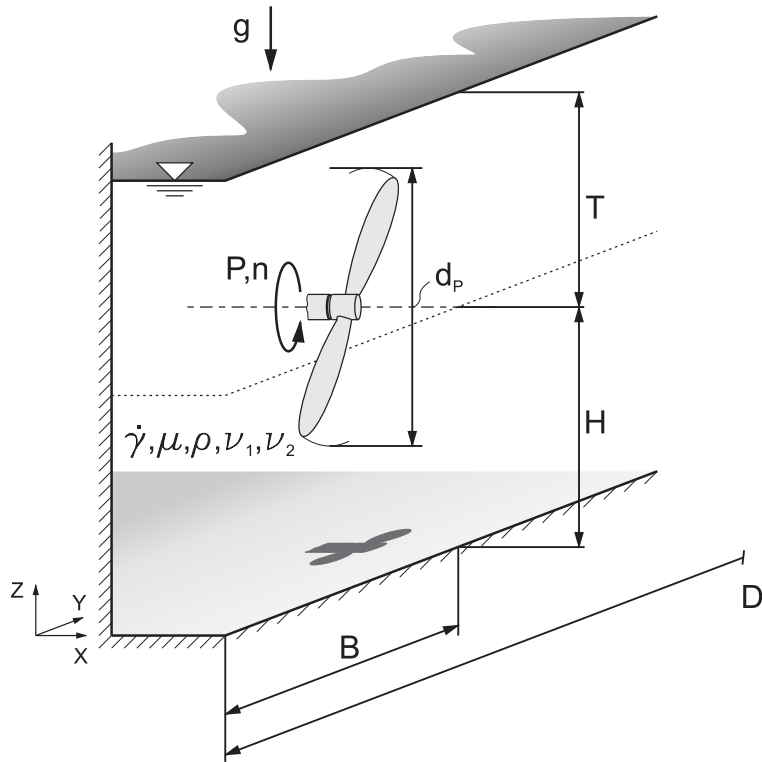


Abbildung 3.1.: relevante Größen an einem Rührwerk

$$\Pi_1 = \frac{\rho n d_P^2}{\mu} \quad (3.1a)$$

$$\Pi_2 = \frac{\rho n^3 d_P^5}{P} \quad (3.1b)$$

$$\Pi_3 = \frac{d_P}{D} \quad (3.1c)$$

$$\Pi_4 = \frac{d_P}{T} \quad (3.1d)$$

$$\Pi_5 = \frac{d_P}{H} \quad (3.1e)$$

$$\Pi_6 = \frac{d_P}{B} \quad (3.1f)$$

$$\Pi_7 = \frac{\dot{\gamma}}{n} \quad (3.1g)$$

$$\Pi_8 = \frac{\rho d_P^2}{\nu_1} \quad (3.1h)$$

$$\Pi_9 = \frac{\rho d_P^2}{\nu_2} \quad (3.1i)$$

$$\Pi_{10} = \frac{n d_P^2}{g} \quad (3.1j)$$

Nachdem die relevanten Größen identifiziert wurden, erfolgt die Anwendung des  $\Pi$ -Theorems. Dazu werden drei Basisgrößen gewählt, die mit Hilfe des [LMT]-Systems dargestellt werden. Im vorliegenden Fall wurden die Größen  $\rho$ ,  $n$ ,  $d_p$  gewählt. Als Resultat ergeben sich zehn dimensionslosen Kennzahlen nach Gleichung (3.1).

Die Kennzahl  $\Pi_1$  entspricht dem Reziprokwert der Propeller-Reynolds-Zahl, vgl. Gleichung (3.2).

$$Re_P = \Pi_1^{-1} = \frac{\mu}{\rho n d_p^2} \quad (3.2)$$

Als zweite Kennzahl wird  $\Pi_2$  ermittelt. Diese Kennzahl entspricht dem Reziprokwert der Newton-Zahl. Durch Division der Newton-Zahl durch den konstanten Ausdruck  $2\pi$  kann die  $Ne$ -Zahl in den Momentenbeiwert  $KQ$  gemäß Gleichung (3.3) überführt werden.

$$\begin{aligned} Ne = \Pi_2^{-1} &= \frac{P}{\rho n^3 d^5} \quad | : 2\pi \\ \Pi_2^{-1} &= \frac{1}{2\pi} \frac{2\pi n M}{\rho n^3 d^5} \\ KQ = \Pi_2^{-1} &= \frac{M}{\rho n^2 d^5} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die Kennzahlen  $\Pi_3$  bis  $\Pi_6$  beschreiben Einflüsse in Folge der Geometrie. Diese Kennzahlen bleiben im Rahmen dieser Arbeit unberücksichtigt, da die geometrischen Abmaße der Versuchskonfiguration unverändert bleiben.

Wird ein nicht-Newtonsches Medium gerührt, so ergeben sich die Kennzahlen  $\Pi_7$  bis  $\Pi_9$ , die zusätzlich zu betrachten sind. Das Verfahren nach Rieger und Novak geht explizit auf viskoelastische Medien ein und sieht vor, dass elastische Effekte vernachlässigt werden können [10], vgl. Kapitel 3.3. In Kapitel 3.4 wird das Konzept der scheinbaren Viskosität eingeführt, die sich für eine diskrete Scherrate wie eine Newtonsche Viskosität verhält und daher scheinbar unabhängig von der Scherrate ist. Die Einflüsse der Kennzahlen  $\Pi_7$  bis  $\Pi_9$  werden daher im Rahmen der Modellbildung als vernachlässigbar betrachtet.

Die Kennzahl  $\Pi_{10}$  stellt die Froude-Zahl dar. Diese charakterisiert die Einflüsse der Schwerkraft. Nach Rushton und Metzner et al. [13], [14] übt die Froude-Zahl erst bei Re-Zahlen größer als 300 einen Einfluss auf die Vorgänge am Rührwerk aus. Die betrachteten Re-Zahlen sind wesentlich kleiner als 300. Daher hat die Froude-Zahl keinen Einfluss auf die betrachteten Prozesse.

Als zu verfolgende Kenngrößen ergeben sich die  $Ne$ -Zahl, bzw. der  $KQ$ -Wert und die  $Re$ -Zahl. Beide charakterisieren den Leistungsbedarf eines Rührers. Daher soll diese Leistungscharakteristik und die Einflüsse auf diese Charakteristik im Folgenden genauer betrachtet werden.

### 3.2. Der Leistungscharakter eines Rührorgans

In Kapitel 3.1 wurde gezeigt, dass insbesondere die Newton-Zahl und die Reynolds-Zahl für den Leistungsbedarf eines Rührwerks von Bedeutung sind. Zusammen bilden beide Kenngrößen den dimensionslosen Leistungscharakter eines Rührwerks und stellen die Grundlage der in dieser Arbeit angewendeten Methoden dar.

Die Froude-Zahl wurde ebenfalls als einflussnehmende Zahl erkannt. Der Einfluss der Froude-Zahl wirkt sich erst bei Reynolds-Zahlen, größer als 300 auf die Leistungscharakteristik eines Rührorgans auf und kann daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit vernachlässigt werden. Während des Betriebs eines Rührwerks können jedoch auch Strömungszustände auftreten, bei denen die Reynolds-Zahlen größer als der genannte Wert sind. Für diese Zustände ist die Froude-Zahl nicht mehr zu vernachlässigen und wird sich auf die Leistungskurve auswirken. Diese Auswirkungen und weitere Effekte wurden von Rushton et al. [13] für verschiedene Rührorgane umfassend untersucht und zusammengefasst.

Weiterhin führten Rushton et al. eine Unterteilung der Leistungskurve in drei Bereiche ein. Der erste Bereich umfasst den laminaren Bereich. Rushton et al. geben die Grenze von laminarer Strömung mit  $Re = 10$  an. Dieser Bereich ist durch Viskositätseinflüsse geprägt. Für diesen Fall der Strömung geben Rushton et al. die Gesetzmäßigkeit nach Gleichung (3.4) an.

$$P = \frac{K}{g} \mu n^2 d_p^3 \quad (3.4)$$

$$\Rightarrow Ne \cdot Re = \frac{K}{g} \quad (3.5)$$

Das Produkt aus Newton-Zahl und Reynolds-Zahl ergibt in diesem Bereich eine Konstante  $K$ .  $K$  ist ein geometriespezifischer Faktor. In doppellogarithmischer Darstellung ergibt sich so eine Gerade mit der Steigung  $-1$ , die den laminaren Bereich charakterisiert. Den Einfluss der Froude-Zahl beschreibt Rushton als vernachlässigbar.

Im nachfolgenden Übergangsbereich beginnt die Froude-Zahl Einfluss auf die Leistungskurve zu nehmen. Rushton gibt an, dass bei einer Reynolds-Zahl von 300 in allen durchgeführten Experimenten Oberflächeneinflüsse registriert wurden. In diesem Bereich kann die Vereinfachung der laminaren Strömung nicht mehr angenommen werden und Trägheitseffekte müssen ebenfalls berücksichtigt werden.

Bei höheren Reynolds-Zahlen tritt, abhängig vom eingesetzten Rührorgan, der turbulente Zustand ein. Viskose Effekte üben einen untergeordneten Einfluss auf die Leistungskurve aus.

Die von Rushton et al. durchgeführten Versuche wurden hinsichtlich einer Vielzahl an

Parametern variiert. Unter anderem wurde das eingesetzte Rührorgan, sowie die Kesselgeometrie verändert. In Abbildung 3.2 ist eine Auswahl der gemessenen Leistungskurven dargestellt. Zu sehen sind die Leistungscharakteristika eines Propellerrührers in einem unbewehrten bzw. in einem bewehrten Kessel mit vier Strombrechern.

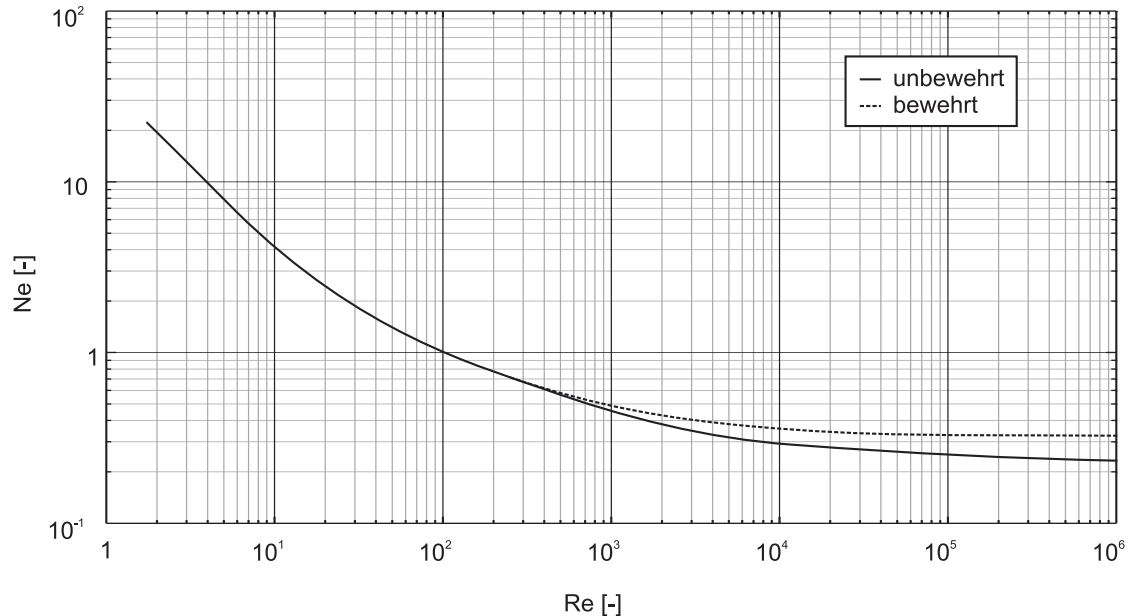


Abbildung 3.2.: Leistungskurven verschiedener Rührer, Auswahl aus Rushton et al. [13]

Die Kurven 1 bis 4 zeigen den Verlauf der Charakteristik bei Verwendung eines Propellers, teilweise mit dem Einsatz von Strombrechern. Es ist deutlich zu erkennen, dass im laminaren Bereich für alle Messungen in der doppelt-logarithmischen Darstellung ein geradenähnlicher Kurvenverlauf vorliegt. Je nach Einsatz von Strombrechern ist der folgende Bereich stärker oder weniger stark ausgeprägt. Auf die Effekte der geometrischen Variierung soll hier nicht eingegangen werden. Wie bereits erwähnt findet im Rahmen dieser Arbeit keine Variation der Versuchskonfiguration statt.

### 3.3. Das Rieger-Novak Verfahren

Das von Rieger und Novak vorgestellte Verfahren stellt eine Möglichkeit dar, den Leistungsbedarf von Rührwerken beim Einsatz in hochviskosen nicht-Newtonschen Medien zu bestimmen [8]. In einer weiteren Veröffentlichung wird die vorgestellte Theorie erweitert [44] und später auf zeitabhängige und viskoelastische Medien ausgeweitet [10]. Im Folgenden soll der theoretische Hintergrund des von Rieger und Novak eingeführten Verfahrens erläutert werden. Rieger und Novak beschränken ihre Methode auf Medien, die der Formulierung nach Gleichung (3.6) entsprechen. Da es sich bei den betrachteten Medien um inkompressible Medien handelt, ist die dynamische Viskosität eine Funktion



der zweiten und dritten Invariante des Deformationstensors.

$$\mathbf{T} = \mu(I_2, I_3) \cdot \mathbf{D} \quad (3.6)$$

Grundlage der Überlegungen von Rieger und Novak sind die dimensionslose Kontinuitätsgleichung für inkompressible Medien sowie die dimensionslosen Navier-Stokes Gleichungen unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte. Diese Vernachlässigung kann getroffen werden, da die Theorie auf den Bereich der schleichenden Strömung beschränkt ist. Zur dimensionslosen Formulierung der Grundgleichungen verwenden Rieger und Novak die Ausdrücke gemäß Gleichung (3.7). Die Größe  $\bar{\mu}$  beschreibt eine beliebige Bezugsviskosität, für die beispielsweise die Grenzviskosität  $\mu_0$  oder  $\mu_\infty$  des nicht-Newtonschen Mediums verwendet werden kann.

$$\mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{d_P} \quad (3.7a)$$

$$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{n d_P} \quad (3.7b)$$

$$\nabla^* = d_P \nabla \quad (3.7c)$$

$$p^* = \frac{p}{\rho n^2 d_P^2} \quad (3.7d)$$

$$\mathbf{T}^* = \frac{\mathbf{T}}{\bar{\mu} n} \quad (3.7e)$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\bar{\mu}} \quad (3.7f)$$

$$\mathbf{D}^* = \frac{\mathbf{D}}{n} \quad (3.7g)$$

$$I_2^* = \frac{I_2}{n^2} \quad (3.7h)$$

$$I_3^* = \frac{I_3}{n^3} \quad (3.7i)$$

$$r^* = \frac{r}{d_P} \quad (3.7j)$$

$$A^* = \frac{A}{d_P^2} \quad (3.7k)$$

$$t^* = t \cdot n \quad (3.7l)$$

$$\frac{D}{Dt^*} = \frac{D}{n \cdot Dt} \quad (3.7m)$$

Mit Gleichung (3.7) folgt dann für die Grundgleichungen Gleichung (3.8)

$$\nabla^* \cdot \vec{v}^* = 0 \quad (3.8a)$$

$$\frac{\rho n d_P^2}{\bar{\mu}} \frac{D\vec{v}^*}{Dt^*} = \nabla^* \cdot [\mu^* (n^2 I_2^*, n^3 I_3^*) \mathbf{D}^*] - \frac{\rho n d_P^2}{\bar{\mu}} \nabla^* p^* \quad (3.8b)$$

Unter Vernachlässigung der Trägheits- und Druckkräfte sowie der Oberflächeneffekte für kleine Re-Zahlen, führen Rieger und Novak die dimensionslosen Randbedingungen an der Rühreroberfläche nach Gleichung (3.9) ein.

$$v_\varphi = 2\pi r n \Rightarrow v_\varphi^* = 2\pi r^* \quad (3.9a)$$

$$v_r = 0 \Rightarrow v_r^* = 0 \quad (3.9b)$$

$$v_z = 0 \Rightarrow v_z^* = 0 \quad (3.9c)$$

Die substantielle Zeitableitung verschwindet für viskosimetrische Strömungen und für die dimensionslosen Navier-Stokes Gleichungen ergibt sich der Zusammenhang gemäß Gleichung (3.10).

$$0 = \nabla^* [\mu^* (n^2 I_2^*, n^3 I_3^*) \mathbf{D}] \quad (3.10)$$

Aus Gleichung (3.10) leiten Rieger und Novak eine Abhängigkeit der dimensionslosen Geschwindigkeit von der dimensionslosen Position, den dimensionslosen rheologischen Eigenschaften  $Rh_i$ , die das Fluid beschreiben und der Rührerdrehzahl ab.

Herrscht keine viskosimetrische Strömung vor, so verschwindet die substantielle Zeitableitung nicht und die dimensionslose Geschwindigkeit ist zusätzlich eine Funktion der dimensionslosen Zeit  $t^*$ , Gleichung (3.11). Analog lässt sich der dimensionslose Druck und der Spannungstensor als eine solche Funktion darstellen, Gleichung (3.12) und (3.13).

$$v^* = f(\mathbf{x}^*, t^*, Re, Rh_i) \quad (3.11)$$

$$p^* = f(\mathbf{x}^*, t^*, Re, Rh_i) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{T}^* = f(\mathbf{x}^*, t^*, Re, Rh_i) \quad (3.13)$$

Mit der Geschwindigkeit am Rührer beschreiben Rieger und Novak die differentielle Leistung des Rührers mit Gleichung (3.14).

$$P_{hyd} = \oint_A \vec{v} \cdot d\vec{F} = \oint_A \vec{v} \cdot (\mathbf{T} - p \mathbf{E}) d\vec{A} \quad (3.14)$$

Die hydraulische Leistung des Rührorgans wird anschließend mit Hilfe der dimensionslosen Größen ausgedrückt, Gleichung (3.15).

$$\frac{P_{hyd}}{\rho n^3 d_P^5} = \oint_A \vec{v}^* \cdot \left[ \bar{\mu} \frac{\mathbf{T}^*}{\rho n d_P^2} - p^* \mathbf{E} \right] d\vec{A}^* \quad (3.15)$$

Die Funktionen für die dimensionslose Geschwindigkeit, den dimensionslosen Druck und den dimensionslosen Spannungsvektor, Gleichung (3.11) bis (3.13), verbinden Rieger und

Novak mit der dimensionslosen Leistung aus Gleichung (3.15) und erhalten somit eine Funktion für die dimensionslose Leistung nach Gleichung (3.16).

$$\frac{P_{hyd}}{\rho n^3 d_P^5} = f(t^*, Re, Rh_i) \quad (3.16)$$

Im Fall Newtonscher Medien reduziert sich diese Funktion zu einer Funktion der Reynoldszahl, Gleichung (3.17).

$$\left[ \frac{P_{hyd}}{\rho n^3 d_P^5} \right]_{Newt} = f_{Newt} \left( \frac{\rho n d^2}{\mu} \right) \quad (3.17)$$

Rieger und Novak nehmen weiter an, dass die Art der Abhängigkeit zwischen Reynoldszahl und Newton-Zahl, bzw. der dimensionslosen Leistung, unabhängig vom verwendeten Medium ist. Weiterhin führen Rieger und Novak das Prinzip der scheinbaren Viskosität ein, das auch Metzner und Otto in ihren Untersuchungen postulierten [14].

Dieses Prinzip besagt, dass bei gleicher Leistung an einem Rührwerk bei verschiedenen Medien scheinbar gleiche Viskosität vorliegt. Metzner und Otto führten hierzu Versuche durch, in denen in zwei identischen Rührbehältern je ein Newtonsches und je ein nicht-Newtonsches Medium enthalten waren. Die benötigte Leistung beider Medien wurde während des Rührvorgangs gemessen und verglichen. Durch Modifikation des Newtonschen Mediums wurde dessen Viskosität so lange variiert, bis die Messwerte für die benötigte Leistung im Kessel mit dem Newtonschen Medium mit der Leistung des nicht-Newtonschen Mediums übereinstimmten. Die Drehzahl wurde konstant gehalten. Dem nicht-Newtonschen Medium wurde für diese Drehzahl die Viskosität des Newtonschen Mediums zugeordnet.

Mathematisch lässt sich dieses Vorgehen durch Gleichung (3.18) ausdrücken.

$$\left[ \frac{P_{hyd}}{\rho n^3 d_P^5} \right]_{nonNewt} = f_{Newt} \left( \frac{\rho n d_P^2}{\mu_{eff}} \right) \quad (3.18)$$

Ist die Funktion  $f_{Newt}$  bekannt, kann mit Gleichung (3.18) die effektive Viskosität eines Mediums in Abhängigkeit der Rührwerksdrehzahl bestimmt werden, wenn die Leistung des Rührwerks ebenfalls bekannt ist. Die entstehende Kurve ist keine Viskositätskurve und wird daher in Anlehnung an diesen Begriff Rührwerkviskositätskurve genannt.

Mit Hilfe des Metzner-Otto Verfahrens lässt sich basierend auf der Rieger Novak Methode die Rührwerkviskositätskurve in eine Viskositätskurve überführen. Daher soll im Folgenden die Metzner-Otto Korrelation vorgestellt werden.

### 3.4. Die Metzner-Otto Korrelation

Metzner und Otto untersuchten den Leistungsbedarf eines nicht-Newtonschen Mediums, das dem empirischen Gesetz nach Ostwald und de Waele folgt, vgl. Gleichung (2.31) [14]. Eine grundlegende Annahme, die Metzner und Otto treffen, ist die Verwendung des Prinzips scheinbarer Viskosität. Metzner und Otto führten hierzu Versuche mit zwei identischen Rührkesseln durch, wie bereits in Kapitel 3.3 erläutert. Weiterhin führten Metzner und Otto Versuche durch um eine Beziehung zwischen mittlerer Scherrate am Rührer und Rührerdrehzahl herzustellen. Die Durchführung des Verfahrens ist auf Re-Zahlen kleiner 10 beschränkt.

In ihren Versuchen fanden die Autoren für den laminaren Bereich einen linearen Zusammenhang zwischen der Drehzahl des Rührers und der über den Rührer gemittelten Scherrate [14], mit dem sie die Leistungskurve des nicht-Newtonschen Mediums mit Hilfe des Konzepts der scheinbaren Viskosität aus der Leistungskurve des Newtonschen Mediums ableiteten. Der beschriebene Zusammenhang, der auch als Drehzahlkonzept bezeichnet wird, ist in Gleichung (3.19) wiedergegeben.

$$\left. \frac{du}{dr} \right|_{mean} = \dot{\gamma}|_{mean} = K_{MO} \cdot n \quad (3.19)$$

Da in industriellen Anwendungen häufig der laminare Bereich nicht von Interesse ist, wurde die Methode auch auf den Transitionsbereich und den turbulenten Bereich der Leistungskurve angewendet, wodurch sich mitunter schlechte Ergebnisse ergaben. Auch Rieger und Novak fanden in ihrer Arbeit heraus, dass das Drehzahlkonzept nach Metzner und Otto in diesem Bereich falsche Vorhersagen trifft [10]. Weiterhin wurde von Pawlowski das Konzept ähnlichkeitstheoretisch angezweifelt [19].

Aus diesem Grund wurde von Henzler ein Leistungskonzept entwickelt, das nicht ausschließlich für den laminaren Bereich Gültigkeit besitzt und ähnlichkeitstheoretisch vertretbar ist [45], [46]. Henzler verknüpft die mittlere Scherrate mit der auf das Kesselvolumen bezogenen Leistung  $P/V$  und führt daraus resultierend die Abhängigkeit der Scherrate von der Newton- und der Reynolds-Zahl ein, vgl. Gleichung (3.20).

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}|_{mean} &= L \sqrt{\frac{P/V}{\mu_{eff}}} \\ \Rightarrow \dot{\gamma}|_{mean} &= L \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{(d/D)^3}{H/D} Ne Re} \cdot n \end{aligned} \quad (3.20)$$

Hierin sind  $\mu_{eff}$  die scheinbare Viskosität und  $L$  ein Geometriefaktor. Die Größe  $d$  bezeichnet den Durchmesser des Rührorgans,  $D$  den Durchmesser des Kessels.  $H$  beschreibt den Flüssigkeitsstand des Fluids im Kessel, vgl. Abbildung 3.3.

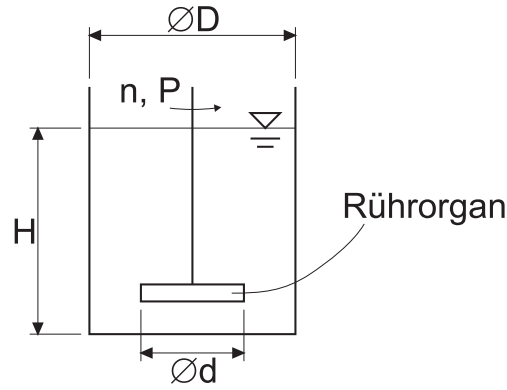


Abbildung 3.3.: Rührkessel

Da für den laminaren Bereich nach Rushton der Zusammenhang  $Ne \cdot Re = const$  gilt [13] geht das Leistungskonzept in das Drehzahlkonzept über, vgl. Gleichung (3.21). Nach Henzler ist dieses Konzept auch ähnlichkeitstheoretisch begründbar, allerdings nicht für Medien, bei denen elastische Effekte die viskosen Effekte überwiegen [46].

$$\dot{\gamma} = \underbrace{L \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{(d/D)^3}{H/D} Ne Re}}_{K_{MO}} \cdot n \quad (3.21)$$

### 3.5. Modifiziertes Leistungskonzept

Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Konzept stellt eine Erweiterung des Leistungskonzepts von Henzler dar. Die Erweiterung stützt sich auf Überlegungen zu der Leistung, die an einem Rührorgan in Folge der äußeren Kräfte verrichtet wird. Allgemein gilt für die Leistung Gleichung (3.22).

$$\begin{aligned} P_{hyd} &= \frac{dW}{dt} \quad \text{mit} \quad dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \\ P_{hyd} &= \vec{F} \cdot \vec{v} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Werden infinitesimale Größen betrachtet, kann die Kraft  $d\vec{F}$  als Spannung an einem infinitesimalen Flächenelement  $dA$  aufgefasst werden. Die Spannung, die am Propeller anliegt, resultiert aus dem Druck und der viskosen Reibung für eine Drehzahl  $n$ . Im Fall nicht-Newtonscher viskoelastischer Medien beeinflussen nichtlineare Normalspannungseffekte zusätzlich die Leistung am Propeller, vgl. Gleichung (2.24a). In Abbildung 3.4 sind diese Beiträge schematisch dargestellt. Die Normalspannungseffekte sind in der Zeichnung mit  $\sigma$  angegeben. Der Druck  $p$  ist separat angetragen.

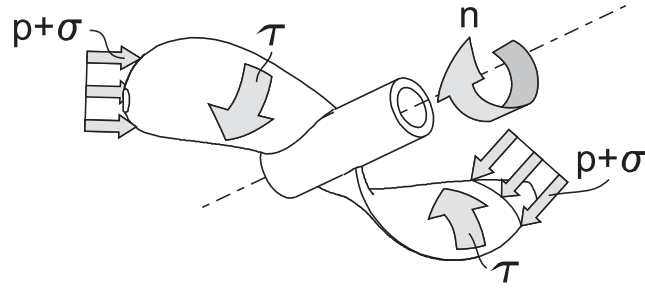


Abbildung 3.4.: Spannungsbeiträge am Propeller

Die Gesamtheit aller Reibungseffekte wird im Reibungstensor  $\mathbf{T}$  zusammengefasst. Unter zusätzlicher Berücksichtigung der Druckkräfte ergibt sich für Gleichung (3.22) der Zusammenhang gemäß Gleichung (3.23).

$$P_{hyd} = \int_{(A)} (\mathbf{T} - p \mathbf{E}) \cdot \vec{v} d\vec{A} \quad (3.23)$$

Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich inkompressible Schlämme betrachtet, die laminaren Strömungscharakter aufweisen. Für viskosimetrische Strömungen dichtebeständiger Flüssigkeiten lässt sich der Reibungstensor  $\mathbf{T}$  auf Gleichung (3.24) reduzieren.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} N_1(\dot{\gamma}) + N_2(\dot{\gamma}) & \mu(\dot{\gamma}) & 0 \\ \mu(\dot{\gamma}) & N_2(\dot{\gamma}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Für den Fall schleichender Strömung sind elastische Effekte von untergeordneter Bedeutung und die viskosen Effekte überwiegen [11]. Zur Aussage über die Viskosität eines Mediums darf der laminare Bereich nicht verlassen werden. Die im laminaren Bereich vorliegenden Strömungszustände an einem rotierenden Zylinder können als stabil und als rotationssymmetrisch bezüglich der Zylinderachse angenommen werden. Unterschiede in der Druckverteilung sind daher nicht zu erwarten und können unberücksichtigt bleiben. Die Berechnung der Leistung wurde Exemplarisch für den Fall eines langsam rotierenden Zylinders durchgeführt, vgl. Anhang A. Das Ergebnis der Berechnung ist in Gleichung (3.25) wiedergegeben. Zu beachten ist, dass in Folge der Integration die Scherrate  $\dot{\gamma}$  durch die mittlere Scherrate  $\dot{\gamma}|_{mean}$  ersetzt werden muss, wie dies auch im Konzept von Metzner und Otto bzw. Henzler der Fall ist.

$$P_{hyd} = 4\pi^2 \cdot \mu(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma}|_{mean} \cdot n R^2 H \quad (3.25)$$

Zusammen mit der Newton-Zahl und der Reynolds-Zahl resultiert hieraus das erweiterte Leistungskonzept für einen langsam um seine Symmetrieachse drehenden Zylinder nach

Gleichung (3.26), das analog zu Henzlers Leistungskonzept durch einen Geometriefaktor  $C_0$  für komplexere, mathematisch nicht zugängliche Geometrien erweitert wird, vgl. Gleichung (3.27).

$$\dot{\gamma}|_{mean} = \frac{2r_0}{\pi^2 H} \cdot Re \cdot Ne \cdot n \quad (3.26)$$

$$= C_0 \cdot Re \cdot Ne \cdot n \quad (3.27)$$

Für den einfachen Fall der Zylindergeometrie kann der Geometriefaktor mit  $C_0 = \frac{2r_0}{\pi^2 H}$  angegeben werden. Hierin sind  $r_0$  der Radius der Mantelfläche und  $H$  die Höhe des Zylinders. Die Grund- und Deckfläche des Zylinders bleiben unberücksichtigt.

Ist die Geometrie nicht mathematisch zu beschreiben oder das Geschwindigkeitsfeld unbekannt, so kann der Faktor  $C_0$  experimentell ermittelt werden. Formal kann auch dieses Konzept im Fall laminarer Strömung in das Gesetz nach Metzner und Otto überführt werden, vgl. Gleichung (3.29).

$$\dot{\gamma}|_{mean}^{lam.} = C_0 \cdot \underbrace{(Re \cdot Ne)_{laminar}}_{=const.} \cdot n \quad (3.28)$$

$$\dot{\gamma}|_{mean}^{lam.} = K_{MO} \cdot n \quad (3.29)$$

Durch die Einführung der Reynoldszahl wird die Abhängigkeit von der Scherrate  $\dot{\gamma}$  verschleiert. Die eingeführte Reynolds-Zahl ist eine scheinbare Reynolds-Zahl, die unter Annahme einer konstanten Viskosität eingeführt wurde. Tatsächlich beinhaltet die Reynolds-Zahl die Abhängigkeit nach Gleichung (3.30).

$$Re = f(\mu(\dot{\gamma})) \quad (3.30)$$

Da die Reynolds-Zahl als effektive  $Re$ -Zahl aufgefasst wird, ergibt sich zwangsläufig eine zusätzliche Abhängigkeit der Konstante  $C_0$  von der Scherrate. Analog muss die Größe, die Metzner und Otto in ihren Untersuchungen gefunden haben, eine von der Scherrate abhängige Funktion sein. Die Abhängigkeit äußert sich in der Abhängigkeit vom Fluid. Dies konnten auch bereits Tanguy et al. experimentell herausfinden [21].

Sofern die Konstante  $C_0$ , bzw. Gleichung (3.23) einer mathematischen Ermittlung nicht zugänglich ist, muss aus dem aufgeführten Grund  $C_0$  nicht nur für die verwendete Geometrie ermittelt werden, sondern auch in Abhängigkeit des eingesetzten Fluids.

### 3.6. Verfahren zur Auswertung

Die Auswertung erfolgt unter Anwendung der oben vorgestellten Prinzipien in vier Schritten. Diese sollen nochmals kurz beschrieben werden:

- Der erste Schritt der Auswertung ist die Erstellung einer Newtonschen Leistungskurve unter Berücksichtigung der Einflüsse nach Rushton et al. [13]. Diese Charakteristik muss für eine spezifische Hydraulik und ein Newtonsches Medium mit bekannten rheologischen Eigenschaften erstellt werden. Die resultierende Kurve wird abschnittsweise mit mehreren Ansätzen gemäß Gleichung (3.31) approximiert. In Abbildung 3.5 ist eine exemplarische Leistungskurve dargestellt.

$$KQ = a + b \cdot Re^c \quad (3.31)$$

- Im zweiten Schritt erfolgt die Durchführung des Rieger-Novak Verfahrens. Die Leistung bzw. das Drehmoment des Rührwerks wird für ein nicht-Newtonsches Medium mit bekannten rheologischen Eigenschaften bei verschiedenen Drehzahlen bestimmt [8]. Aus diesen Daten wird der Drehmomentenbeiwert  $KQ$  berechnet. Mit Hilfe der Regressionsansätze aus Gleichung (3.31) werden zu den berechneten  $KQ$ -Werten korrespondierende Newtonsche Reynolds-Zahlenwerte ermittelt. Hierzu wird der mit dem nicht-Newtonschen Medium gebildeten  $KQ$ -Wert in den Regressionsansatz eingesetzt, der mit dem Newtonschen Medium erstellt wurde. Dieser Vorgang lässt sich ebenfalls grafisch durchführen. Hierzu wird ein beliebiger nicht-Newtonscher  $KQ_{nN}^*$ -Wert mit den  $KQ_N$ -Werten des Newtonschen Mediums verglichen. Für identische  $KQ$ -Werte wird dem nicht-Newtonschen  $KQ_{nN}^*$ -Wert die Reynoldszahl  $Re_N^*$  des Newtonschen Mediums zugeordnet, vgl. Abbildung 3.5.

Die resultierende Reynolds-Zahl ist eine effektive Reynolds-Zahl, da die Abhängigkeit der Re-Zahl von der Viskosität eine Abhängigkeit von der Scherrate impliziert, die aufgrund der Bildung mit einem Newtonschen Medium aber nicht vorliegt. Aus der effektiven Reynolds-Zahl folgt die effektive oder scheinbare Viskosität, die in Abhängigkeit der Drehzahl angegeben werden kann, vgl. Gleichung (3.32). Die resultierende Kurve wird Rührwerkviskositätskurve genannt, da eine Abhängigkeit von der Rührwerksdrehzahl, anstatt der Scherrate vorliegt.

$$\mu_{eff} = \frac{\rho n d^2}{Re_{eff}} \quad (3.32)$$

- Der dritte Schritt sieht analog zum Auslegungsverfahren von Rührwerken die Ver-



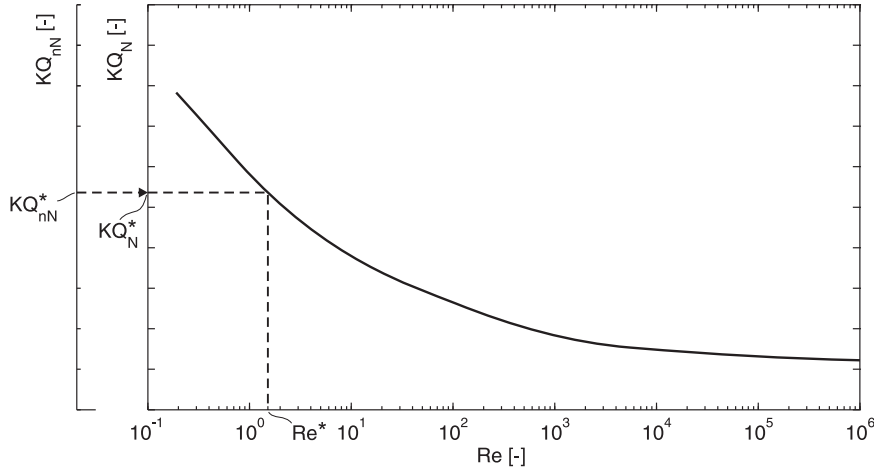


Abbildung 3.5.: grafische Durchführung des Rieger Novak Verfahrens

wendung der Metzner-Otto Größe vor. Hierzu wird die Drehzahl der Rührwerksviskositätskurve mit einem Proportionalitätsfaktor multipliziert, der die resultierende Viskositätskurve möglichst gut mit der Viskositätskurve des bekannten nicht-Newtonschen Mediums zur Deckung bringt. Das hierzu verwendete Konzept wurde von Metzner und Otto eingeführt [14] und ist in Gleichung (3.33a) wiedergegeben. Ein alternatives Verfahren wurde in Kapitel 3.5 vorgestellt. Dieses führt die Abhängigkeit von Re- und Ne-Zahl ein, Gleichung (3.33b).

$$\dot{\gamma}|_{mean} = K_{MO} \cdot n \quad (3.33a)$$

$$\dot{\gamma}|_{mean} = C_0 \cdot Re \cdot Ne \cdot n \quad (3.33b)$$

Grafisch lässt sich die Vorgehensweise ebenfalls interpretieren. In Abbildung 3.6 sind die Viskositätskurve und die Rührwerksviskositätskurve eines beliebigen strukturviskosen Mediums dargestellt. Durch den Vergleich einer gewählten scheinbaren Viskosität  $\mu^*$  lässt sich aus beiden Diagrammen die entsprechende Scherrate  $\dot{\gamma}^*$  bzw. die Drehzahl  $n^*$  ablesen. Der Zusammenhang von Scherrate und Drehzahl wird durch den Faktor  $K_{MO}$  bzw.  $C_0$  beschrieben, vgl. Gleichung (3.33a) und Gleichung (3.33b).

- Im letzten Schritt wird der Ansatz nach Gleichung (3.33a) oder (3.33b) mit einem geeigneten Gesetz für die Fließfunktion kombiniert. Im Verlauf dieser Arbeit werden die Modellgesetze nach Ostwald de Waele und Herschel Bulkley verwendet. Da die Modellparameter des eingesetzten Gesetzes für das verwendete nicht-Newtonsche Medium bekannt sind, kann der  $K_{MO}$ -Wert, bzw. der Proportionalitätsfaktor  $C_0$  iterativ mit Gleichung (3.34a) bzw. (3.34b) bestimmt werden.

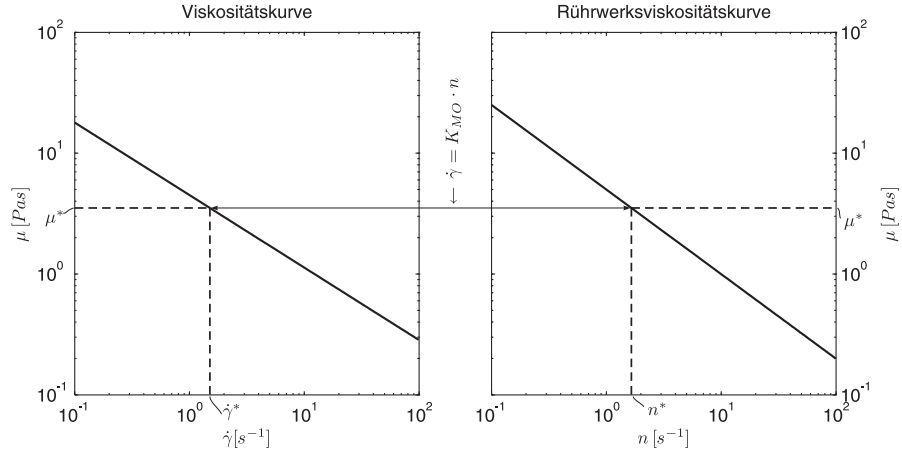


Abbildung 3.6.: grafische Durchführung des Metzner Otto Verfahrens

$$\frac{\rho n d^2}{\left(\frac{KQ-a}{b}\right)^{1/c}} = \frac{\tau_0}{K_{MO} n} + k \cdot [K_{MO} n]^{m-1} \quad (3.34a)$$

$$\frac{\rho n d^2}{\left(\frac{KQ-a}{b}\right)^{1/c}} = \frac{\tau_0 \left(\frac{b}{KQ-a}\right)^{1/c}}{C_0 2\pi KQ n} + k \cdot \left[ C_0 2\pi \left(\frac{KQ-a}{b}\right)^{1/c} KQ n \right]^{m-1} \quad (3.34b)$$

Da die von Metzner und Otto eingeführte Größe, bzw. der Proportionalitätsfaktor  $C_0$  mit dem bekannten nicht-Newtonschen Medium ermittelt werden können, kann mit dem verwendeten hydraulischen System ein hinsichtlich seiner Rheologie unbekanntes nicht-Newtonsches Medium auf seine Fließfunktion untersucht werden. Dazu wird zunächst die Rührwerkviskositätskurve bestimmt und diese mit den Faktoren  $K_{MO}$  bzw.  $C_0$  in die Viskositätskurve überführt.

Bei diesem Verfahren ist zu beachten, dass infolge der Berechnung der effektiven Viskosität die Abhängigkeit der effektiven Reynolds-Zahl von der Scherrate verschleiert wird. Weiterhin ändert sich die Newtonsche Leistungscharakteristik, sollte die Versuchsanlage verändert werden. In diesem Fall muss die Kalibrierung erneut durchgeführt werden.

## 4. Konstruktion des Propellerviskosimeters

Wie in Kapitel 3 dargelegt besteht das angestrebte Verfahren zur Bestimmung der Fließeigenschaften in der Auswertung des Leistungsbedarfs eines Rührers bei verschiedenen Rührwerksdrehzahlen. Hierzu wird die Leistungskurve eines Rührers ausgewertet. Die diesbezüglich notwendigen Prozess- und Zustandsgrößen sind die Leistung  $P$ , die Drehzahl  $n$ , die Dichte  $\rho$  und die dynamische Viskosität  $\mu(\dot{\gamma})$ , sowie die Temperatur  $T$ .

Die Dichte wird außerhalb der Versuchsanordnung nach DIN 51757 mit einem Aräometer gemessen bzw. im Falle des nicht-Newtonschen Modellmediums durch Auswertung der Mediumtemperatur (siehe Kapitel 5.1.2). Die Viskosität der Bezugsmedien wird ebenfalls unabhängig von der Messung des Propellerviskosimeters bestimmt. Das hierzu eingesetzte Verfahren ist die Rotationsviskosimetrie nach DIN 53018. Da sich das vorgestellte Verfahren auf die Viskositätsmessung eines anderen Messgerätes bezieht, ist das Verfahren des Propellerviskosimeters als indirekt zu bezeichnen.

Die verbleibenden Größen, die im Zuge des Verfahrens gemessen werden müssen, sind die Leistung  $P$  und die Drehzahl  $n$ , sowie die Temperatur  $T$ . Im folgenden Kapitel soll die Konstruktion beschrieben werden, die zur Aufnahme dieser Prozessgrößen bei verschiedenen Drehzahlen verwendet wird.

### 4.1. Wahl des Rührorgans

Die Konstruktion des Propellerviskosimeters erfolgt im Hinblick auf den Einsatz mehrerer verschiedener Rührorgane. Da die vorliegende Arbeit jedoch zum Ziel hat die Substrate der Biogasapplikationen zu untersuchen, wird eine Hydraulik eines Tauchmotorrührwerks verwendet, das in der Biogastechnik zum Einsatz kommt. Hierdurch ist es möglich die entsprechende Leistungscharakteristik des Propellers zu ermitteln und für den Betrieb einer Anlage zur Verfügung zu stellen. Die verwendete Propellerhydraulik ist in Abbildung 4.1 zu sehen.

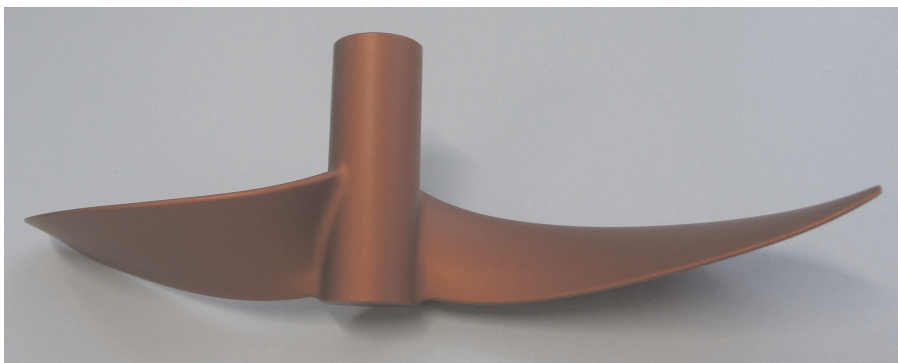


Abbildung 4.1.: verwendete Versuchshydraulik

In der Arbeit von Urban [39] wurde das Konzept des Propellerviskosimeters bereits für Schlämme der kommunalen Abwasserbehandlung vorgeschlagen. Der verwendete Rührer entsprach ebenfalls der oben vorgestellten Hydraulik. Der Durchmesser wurde von Urban mit  $d = 60\text{ mm}$  gewählt. Die auftretenden Reaktionskräfte am Propeller würden für den vorliegenden Fall jedoch zu gering ausfallen, weshalb der Propeller auf einen Wert von  $d = 172,3\text{ mm}$  skaliert wird. Der Propeller wird aus Aluminium gefertigt und anschließend durch Eloxieren gegen Oxidation und Korrosion geschützt.

## 4.2. Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Messeinheit und einer demontierbaren Bewehrung. Wahlweise können drei verschiedene Kessel verwendet werden. Diese sind ein Kessel aus PMAA, ein Fass aus PE und ein so genannter quasiunendlicher Kessel. Zunächst soll auf die Messeinheit eingegangen werden.

### 4.2.1. Messeinheit

Die Messeinheit stellt das eigentliche Messgerät dar. In dieser Komponente sind sowohl der Antrieb, als auch die Messaufnehmer, sowie das Rührorgan verbaut. Ein Überblick über die Messeinheit verschafft Abbildung 4.2. Die Darstellung beinhaltet eine isometrische Ansicht, sowie die Draufsicht auf das Propellerviskosimeter. In der Draufsicht ist der Schnittverlauf der Schnittansicht eingezeichnet, die zusätzlich in der Abbildung zu sehen ist.

Die Leistung, die mit Hilfe des Versuchsaufbaus in Abhängigkeit des zu untersuchenden Mediums bei vorgegebener Drehzahl gemessen werden soll, wirkt am Rührorgan (1). Das Rührorgan ist mittels einer Welle mit einem flüssigkeitsresistenten Sensor der Firma ETH-Messtechnik GmbH (2) verbunden, der sowohl das anfallende Drehmoment, als auch die vorherrschende Drehzahl aufnimmt. Aus beiden Größen wird im Anschluss die Leistung bestimmt. Je nach erwarteter Viskosität können zwei verschiedene Drehmomentmesswellen verwendet werden. Im Vorfeld der Konstruktion wurden mit numerischen Untersuchungen die erwarteten Drehmomente abgeschätzt. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind nicht zentraler Bestandteil der vorliegende Arbeit und werden im Anhang B zusammengefasst. Die Sensordaten der verwendeten Sensoren können in Anhang C aus Tabelle C.1 entnommen werden.

Der Antrieb erfolgt über einen Kleintriebmotor (3). Die Notwendigkeit kleine Drehzahlen zu realisieren erfordert eine hohe Getriebeübersetzung. Daher wird als Antriebsmotor eine Variante mit vorgelagertem Planetengetriebe gewählt. Die Daten des Motors können in Tabelle C.3 nachgelesen werden. Da die Viskosität eines Mediums mitunter sehr stark von der Temperatur des Mediums abhängig sein kann, wird nahe dem Rührorgan ein Temperatursensor (4) vom Typ PT100 verbaut (Daten vgl. Tabelle C.2) um

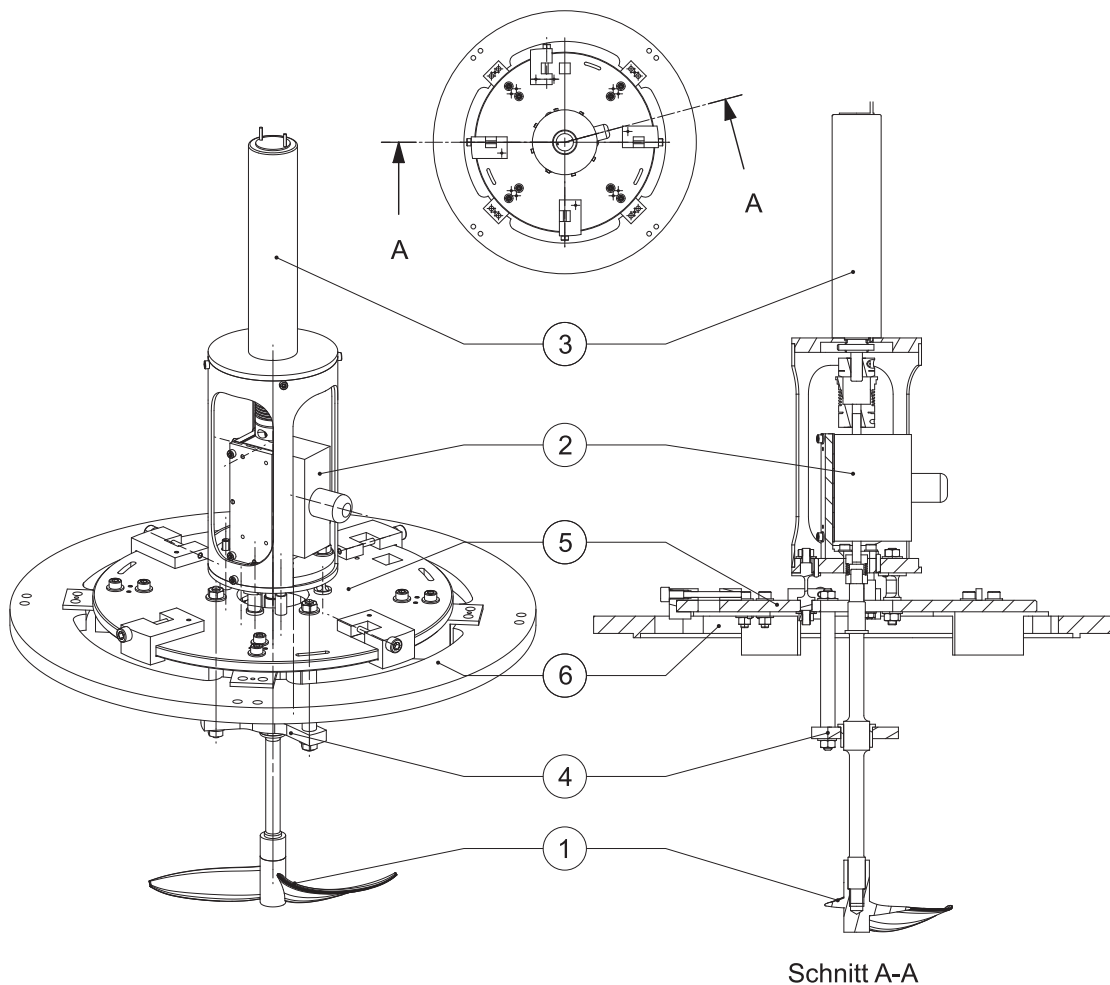


Abbildung 4.2.: Zusammenbauzeichnung der Messeinheit

den Verlauf der Temperatur zu protokollieren.

Die Anordnung von Motor, Messwelle, Antriebswelle und Propeller muss coaxial erfolgen, um einen störungsfreien Betrieb des Viskosimeters sicher zu stellen. Hierzu wird eine Anordnung mit einer Motorlaterne gewählt, in deren Innern der Drehmomentsensor befestigt ist. Am oberen Ende der Laterne ist der Antriebsmotor montiert.

Die Verbindung von Motor und Drehmomentsensor erfolgt zum Schutz des Sensors gegen Überlastung durch eine einstellbare Rutschkupplung, die je nach Sensortyp bei einem kritischen Drehmomentbetrag den Motor vom Sensor entkoppelt. Die Verbindung von Propellerwelle und Messwelle erfolgt über eine Balgkupplung.

Die beschriebene Baugruppe wird axial verschieblich auf einer Montageplatte (5) verbaut. Die wiederum coaxial in einen Adapterring (6) eingesetzt wird. Die Montageplatte bietet neben der Befestigung von Trageschlaufen die Möglichkeit die Bewehrung zu montieren, vgl. Kapitel 4.2.2. Der Adapterring übernimmt die Aufgabe eine definierte Position des Messgerätes in den verwendbaren Kessel zu gewährleisten.

Der erwähnte axiale Freiheitsgrad der Messkette wird gewählt, um bei Bedarf den Axialschub zu messen. Dies ist beim Betrieb der Konstruktion als Viskosimeter nicht möglich. Daher wird die entsprechende Messstelle nicht bestückt und mechanisch überbrückt. Alle Bauteile werden soweit möglich aus Aluminium gefertigt und anschließend eloxiert. Die Motorlaterne wurde aus Messing gefertigt, der Adapterring aus Polyethylen (PE). Die Auswahl der Werkstoffe erfolgte nach Medienverträglichkeit und Gewicht.

#### 4.2.2. Bewehrung

Unter einer Bewehrung sind Drallbrecher zu verstehen, die in Rührkesseln häufig Verwendung finden, um zu verhindern, dass sich das gesamte Behältervolumen in Rotation befindet, ohne dass Austauschvorgänge statt finden. Der beschriebene Effekt übt einen Einfluss auf die Leistungscharakteristik eines Rührwerks aus (vgl. Kapitel 3.2). Durch die Verwendung der Bewehrung soll dieser Einfluss auf den Messvorgang untersucht werden. Die Drallbrecher werden in Edelstahl ausgeführt und sind in Abbildung 4.3 als Baugruppe illustriert.

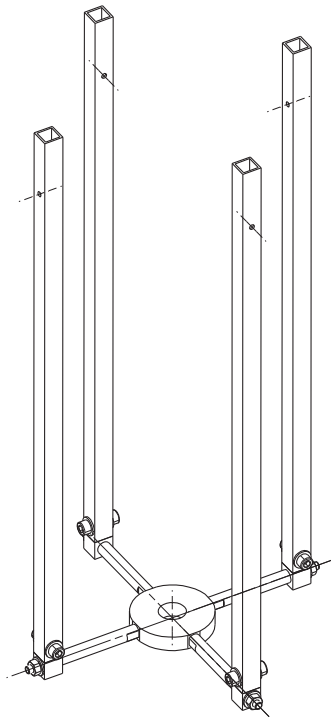


Abbildung 4.3.: Bewehrung

Weiterhin ist am unteren Ende der Baugruppe eine Adapterplatte vorgesehen, die im Bedarfsfall mit Sensorik ausgerüstet werden kann. Für die Verwendung des Propellerviskosimeters als Messgerät rheologischer Kenngrößen, wie in dieser Arbeit der Fall, ist diese Messstelle jedoch von untergeordneter Bedeutung und wird nicht weiter betrachtet.

Als weitere Funktion übernehmen die Drallbrecher den Schutz des Rührorgans und der Messkette vor unerwünschter Krafteinwirkung bei Umbau- und Montagearbeiten.

#### 4.2.3. Kesselvarianten

Wie eingangs angemerkt stehen verschiedene Kessel zur Verfügung, in denen das Propellerviskosimeter betrieben werden kann. Anzumerken ist, dass durch die unterschiedlichen Varianten der Kesselgeometrie auch verschiedene Hydraulikvarianten entstehen. Dieser Umstand wird in Kapitel 5 eingehend beschrieben. Nachfolgend sollen die unterschiedlichen Kesselvarianten beschrieben werden.

##### Deckelfass

Da das Viskosimeter als Feldgerät Einsatz finden soll, wird ein Kessel gewählt, der sowohl robust ist, als auch leicht beschafft werden kann und in seiner Geometrie festgelegt ist. Die Wahl fiel hierzu auf ein 60 l fassendes, zylindrisches Kunststofffass aus PE mit Spannring. Diese Variante macht zum einen den unkomplizierten Einsatz vor Ort, als auch die Versendung und anschließende Vermessung einer Probe im Labor möglich. Weiterhin führt die standardisierte Geometrie des Behälters zu unkomplizierten Messungen, da eine einmalige Kalibrierung der Geometrie ausreichend ist. In Abbildung 4.4 ist ein exemplarisches Fass, sowie eine schematische Zeichnung mit den Hauptabmaßen des Fasses zu sehen.

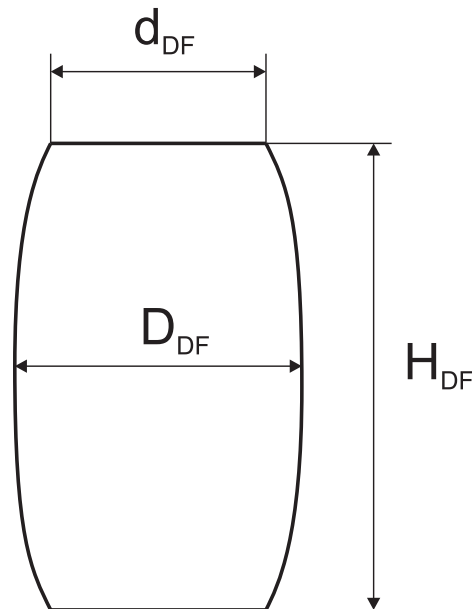


Abbildung 4.4.: Kunststofffass aus PE mit Deckel und Spannring

Der Öffnungsdurchmesser des Fasses beträgt  $d_{DF} = 330 \text{ mm}$ . Der mittlere Durchmesser beläuft sich auf  $d_{DF,m} = 400 \text{ mm}$  und die Höhe des Fasses auf  $H_{DF} = 630 \text{ mm}$ .

### Laborkessel

Als zweite Variante kommt ein durchsichtiger Kessel zum Einsatz, der ausschließlich im Laborbetrieb Verwendung findet. Die Zugänglichkeit für optische Messverfahren und visuelle Beobachtungen führten dazu eine solche Variante vorzusehen. Der Kessel besteht aus Plexiglas (PMMA) und besitzt die Form eines Zylinders. Der Durchmesser des Zylinders beträgt  $d_{LK} = 290 \text{ mm}$ . Die Höhe des Kessels kann mit  $H_{LK} = 492 \text{ mm}$  angegeben werden. Das hieraus resultierende Volumen beträgt etwa  $V_{LK} = 32,5 \text{ l}$ . Abbildung 4.5 zeigt den Laborkessel.



Abbildung 4.5.: Laborkessel aus PMMA

### quasiunendlicher Kessel

Die Bezeichnung quasiunendlicher Kessel beschreibt eine Kesselgeometrie, bei der der Kesseldurchmesser erheblich größer ist, als der Durchmesser des Rührorgans. Dieser Kessel kann beispielsweise ein Fermenter einer Biogasanlage sein. Das Messgerät ist derart ausgelegt, dass es in einem solchen Kessel mit Hilfe eines torusförmigen Schwimmkörpers betrieben werden kann. Eine konstruktive Umsetzung eines quasiunendlichen Kessels ist im Rahmen dieser Arbeit aus Gründen der Realisierbarkeit nicht durchgeführt worden. Statt dessen wird im Laufe der Arbeit diese Kesselvariante mittels numerischer Untersuchungen genauer betrachtet.



Abschließend ist in Abbildung 4.6 das montierte Propellerviskosimeter mit den verfügbaren Kesselvarianten dargestellt. In der Abbildung befindet sich das Viskosimeter im Laborkessel. Im Hintergrund ist das Deckelfass zu sehen.



Abbildung 4.6.: Propellerviskosimeter

### 4.3. Steuerung des Messgeräts

Die Steuerung des Messgerätes erfolgt mit einem Programm das in der grafischen Programmiersprache Labview 2009 der Firma National Instruments erstellt wurde. Als Datenerfassungsgerät kommt das Produkt NI USB-6229 BNC der Firma National Instruments zum Einsatz, das neben 16 Analogeingängen auch über vier Analogausgänge verfügt. Sowohl die Drehzahlsteuerung des Antriebsmotors als auch die Datenerfassung werden mit dem erstellten Programm durchgeführt.

Die Drehzahlsteuerung erfolgt durch die Anpassung der zur Verfügung gestellten Motorspannung. Ein Gleichstromsteller übernimmt die Aufgabe mit dem Ausgangssignal des Datenerfassungsgeräts von bis zu 10 V die benötigte Motorspannung von maximal 24 V zur Verfügung zu stellen. Entsprechend der benötigten Drehzahl wird das Ausgangssi-

gnal des Datenerfassungsgerätes zwischen  $0\text{ V}$  und  $10\text{ V}$  variiert um den benötigten Wert für die Motorspannung zwischen  $0\text{ V}$  und  $24\text{ V}$  vorzugeben.

Der Verlauf von Drehzahl, Drehmoment und Temperatur wird fortlaufend gemessen. Mit dem Start einer Messung speichert das erstellte Programm über einen einstellbaren Zeitbereich die Messwerte der drei Eingangssignale und führt eine Mittelung der jeweiligen Größen über das eingestellte Zeitintervall durch. Die Abtastrate beträgt jeweils  $50\text{ Hz}$ . Der Drehmomentsensor liefert ein als linear annehmbares Ausgangssignal für das Drehmoment (vgl. Tabelle C.1) bzw. einen Open-Collector Ausgang für die Drehzahl. Beide Signale können vom Datenerfassungsgerät direkt gemessen werden. Der Temperatursensor liefert in Folge von Temperaturänderung eine Änderung des elektrischen Widerstandes. Zur Auswertung dieser Änderung wird ein zusätzlicher Messverstärker verwendet. Um eine möglichst genau Temperatúrauswertung zu erzielen wird ein PT100-Sensor mit vieradrigem Anschluss eingesetzt. Eine detaillierte Begründung erfolgt in Kapitel 8.

Das Programm, das zur Steuerung des Messgerätes erstellt wurde, bietet die Möglichkeit einen diskreten Drehzahlpunkt anzufahren, oder wahlweise eine vollständige Drehzahlkurve aufzunehmen. Weiterhin besteht die Möglichkeit das Programm in Kalibrierbetrieb, oder Messbetrieb auszuführen. Je nach Variante erzeugt das Programm intern eine vorläufige Auswertung und protokolliert alle Einstellungen, Vorgänge und Messdaten in einer Datendatei. Die finale Auswertung der Daten wird jedoch mit dem Programm Matlab der Firma MathWorks durchgeführt.

## 5. Kalibrierung des Propellerviskosimeters

Bevor das Propellerviskosimeter einsatzfähig ist, muss gemäß der vorgestellten Verfahren eine Kalibrierung mit Newtonschen und nicht-Newtonschen Medien erfolgen. Hierzu werden Modellmedien verwendet. Der Charakter dieser Medien wird im nachfolgenden Abschnitt beschrieben.

### 5.1. Vergleichsmedien

#### 5.1.1. Newtonsch

Zur Erstellung der Newtonschen Leistungskurven der einzelnen Geometrievariationen wird auf eine Glukose-Wasser Mischung zurückgegriffen. Die Verwendung von Glukose bietet sich an, da sich dieses Material in seinem Fließverhalten durch das Newtonsche Gesetz sehr gut beschreiben lässt. Weiterhin lässt sich durch Zugabe von Wasser die Viskosität der Mischung einfach reduzieren und dem gewünschten Wert anpassen.

Im Vorfeld zur Versuchsführung wurde basierend auf Einzelmessungen ein Kennfeld für die verwendete Glukose erstellt, anhand dessen die benötigte Konzentration abgeschätzt werden konnte. Das Kennfeld wurde für verschiedene Temperaturen erstellt, um den Umstand der Temperaturabhängigkeit der Viskosität zu berücksichtigen. In Abbildung 5.1 ist die dynamische Viskosität der Glukose-Wasser Mischung in Abhängigkeit der Glukosekonzentration, angegeben in  $Ma - \%$ , für drei verschiedene Temperaturen dargestellt. Als weitere Kurve ist die Dichte zu sehen. Da die Temperatúrausdehnung vernachlässigbar gering ist, ist die Dichte unabhängig von der Temperatur angegeben.

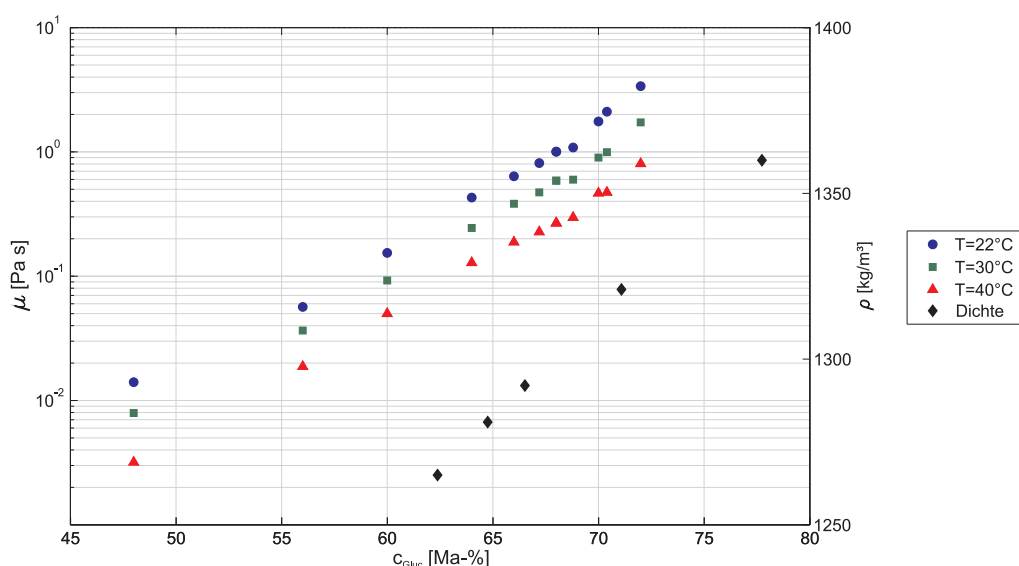


Abbildung 5.1.: Viskosität in Abhängigkeit von Konzentration und Temperatur

Die Newtonsche Leistungskurve kann nicht mit ausschließlich einer Glukose-Wasser Mischung erstellt werden. Die Gründe hierfür liegen in der Begrenztheit des Messbereichs des Drehmoment- bzw. des Drehzahlsensors, sowie in der Realisierbarkeit der Propellerdrehzahl. Daher werden verschiedene Mischungsverhältnisse genutzt, mit denen Teilabschnitte der Leistungskurve erzeugt werden. Diese werden im Anschluss zur vollständigen Leistungskurve zusammengesetzt.

Da verschiedene hydraulische Varianten zum Einsatz kommen, muss für jede Variante eine Leistungskurve ermittelt werden. Jede Leistungskurve wird mit sieben bis neun verschiedenen Medien unterschiedlicher Rheologie erzeugt. Insgesamt wurden im Rahmen dieser Arbeit 17 verschiedene Mischungsverhältnisse verwendet. Eine Übersicht über die verwendeten Mischungen ist Tabelle 5.1 zu entnehmen. Die Indices a und b bezeichnen die Versuche im PE-Fass. Die Indices c und d stehen für die Versuche im Laborkessel.

Bezeichnung	$\mu [Pa\ s]$	$\rho [kg/m^3]$	$T_{ref} [^\circ C]$
<i>Rheo1<sub>a</sub></i>	4,728	1362	14,9
<i>Rheo1<sub>b,c,d</sub></i>	6,682	1379	19,12
<i>Rheo2<sub>a</sub></i>	3,214	1357,5	16
<i>Rheo2<sub>b,c,d</sub></i>	2,343	1360	21,75
<i>Rheo3<sub>a</sub></i>	2,265	1354	18
<i>Rheo3<sub>b,c,d</sub></i>	1,591	1343	18,8
<i>Rheo4<sub>a</sub></i>	1,769	1348	17,5
<i>Rheo4<sub>b,c,d</sub></i>	0,387	1309	15,4
<i>Rheo5<sub>a</sub></i>	0,860	1333	19
<i>Rheo5<sub>b,c,d</sub></i>	0,268	1293	15,5
<i>Rheo6<sub>a</sub></i>	0,534	1321	20
<i>Rheo6<sub>b,c,d</sub></i>	0,180	1284	15,5
<i>Rheo7<sub>a</sub></i>	0,189	1292	20,3
<i>Rheo7<sub>b,c,d</sub></i>	0,128	1273	15,6
<i>Rheo8<sub>a</sub></i>	0,126	1281	20,5
<i>Rheo8<sub>b,c,d</sub></i>	0,076	1257	15,8
<i>Rheo9<sub>a</sub></i>	0,073	1265	21

Tabelle 5.1.: Eingesetzte Newtonsche Medien

Die in Tabelle 5.1 angegebenen Mischungen wurden zunächst in den jeweiligen Kesseln angemischt. Anschließend wurde die Viskosität der einzelnen Medien mit einem Rotationsviskosimeter in zehn bis 15 Wiederholungsmessungen bestimmt. Als Prüftemperatur wurde jeweils die Temperatur verwendet, mit der der nachfolgende Versuch durchgeführt wurde. Diese ist zur jeweiligen Mischung als  $T_{ref}$  in Tabelle 5.1 angegeben. Die Dichte wurde nach DIN 51757 bzw. DIN 53217 Teil 4 mit einem Aräometer gemessen. Die Messung erfolgte direkt im jeweiligen Kessel.

### 5.1.2. Nicht-Newtonsch

Sämtliche nicht-Newtonsche Modellmedien werden mit dem Geliermittel Xanthan erstellt. Xanthan erhöht als Zusatzstoff in Wasser die Viskosität des Gemisches. Der Verlauf der Fließkurve weist strukturviskoses Verhalten auf. Das Auftreten einer Fließgrenze kann ebenfalls eintreten. Die in dieser Arbeit verwendeten Wasser-Xanthan Gemische wiesen bis auf das Modellfluid  $Rheo7_{nN}$  eine nur geringe Fließgrenze auf.

Zur Kalibrierung mit nicht-Newtonschen Medien wurden sieben verschiedene Xanthan-Wasser Gemische verwendet. Die Fließeigenschaften wurden nach dem Gesetz von Ostwald de Waele bzw. nach dem Gesetz von Herschel-Bulkley ausgewertet. In Abbildung 5.2 sind die Verläufe der Viskosität in Abhängigkeit der Scherrate für die verwendeten Modellmedien grafisch dargestellt. Der Verlauf wurde mit dem Herschel Bulkley Modell bestimmt. In Tabelle 5.2 sind die Parameter beider Modellgesetze für die verwendeten Medien zusammengefasst. Die auftretenden negativen Fließgrenzen  $\tau_{0,i}$  resultieren aus der mathematischen Regression der Messwerte nach dem Gesetz von Herschel-Bulkley.

Bezeichnung	Ostwald-deWaele		Herschel-Bulkley			$c_{Xa} [Ma - \%]$
	$k [Pa \cdot s^m]$	$m [-]$	$\tau_0 [Pa s]$	$k [Pa \cdot s^m]$	$m [-]$	
$Rheo1_{nN}$	1,916	0,293	-1,153	2,983	0,229	0,5
$Rheo2_{nN}$	3,086	0,257	-0,907	3,950	0,222	0,6
$Rheo3_{nN}$	4,602	0,225	-0,220	4,816	0,219	0,7
$Rheo4_{nN}$	6,344	0,203	0,731	5,620	0,220	0,8
$Rheo5_{nN}$	8,230	0,185	1,162	7,072	0,205	0,9
$Rheo6_{nN}$	10,368	0,170	2,461	7,906	0,206	1,0
$Rheo7_{nN}$	22,130	0,132	11,068	11,049	0,218	1,5

Tabelle 5.2.: Eingesetzte nicht-Newtonsche Medien

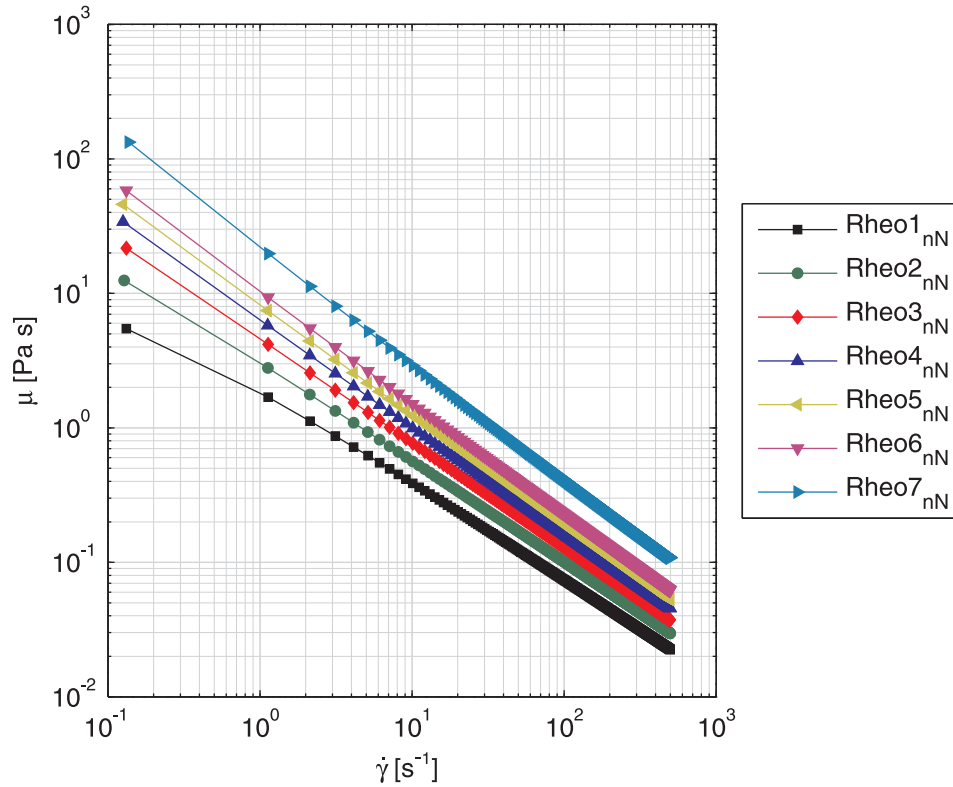


Abbildung 5.2.: Viskositätskurven der verwendeten nicht-Newtonschen Medien, approximiert

Da die maximale Xanthan-Konzentration  $1,5 \text{ Ma}\text{--}\%$  beträgt, wird die Gewichtszunahme vernachlässigt und als Dichte des Gemischs die Dichte von Wasser bei der jeweils eingesetzten Temperatur verwendet. Die Dichte wurde tabellarisch ermittelt. Hierzu wurde die Temperatur im jeweiligen Kessel gemessen und mit Hilfe einer tabellarischen Auflistung aus [47] interpoliert.

## 5.2. Newtonsche Kalibrierung

Basierend auf den zuvor beschriebenen Vergleichsmitteln, erfolgt die Kalibrierung des Messgeräts mit bekannten Newtonschen Mitteln. Die Kalibrierung wird für den Einsatz im PE-Fass bzw. im Laborkessel vorgestellt. Auf die geometrische Variation der Bewehrung wird ebenfalls eingegangen.

Da sich in Folge der unterschiedlichen Kessel und durch den Einsatz der Bewehrung unterschiedliche hydraulische Systeme ergeben, wird zur Unterscheidung die Notation nach Tabelle 5.3 eingeführt.

Hydraulik	Bezeichnung
Deckelfass, bewehrt	001a
Deckelfass, unbewehrt	001b
Laborkessel, bewehrt	001c
Laborkessel, unbewehrt	001d

Tabelle 5.3.: Notation der verwendeten hydraulischen Systeme

### 5.2.1. PE-Deckelfass

#### bewehrte Variante

Wie bereits erwähnt, ist es mit der applizierten Technik nicht möglich die komplette Leistungskurve mit einem einzelnen Medium zu erstellen und es müssen mehrere Modellmedien verwendet werden. Die für das bewehrte PE-Fass ermittelte Leistungskurve besteht aus neun verschiedenen Messungen. Es wurden die Medien  $Rheo1_a$  bis  $Rheo9_a$  eingesetzt, vgl. Tabelle 5.1.

Die so erstellte Leistungskurve ist Abbildung 5.3 zu entnehmen. Zu sehen sind die KQ-Verläufe der verschiedenen Modellmedien aufgetragen über der Re-Zahl. Unterschiedliche Modellmedien sind mit unterschiedlichen Farben gekennzeichnet.

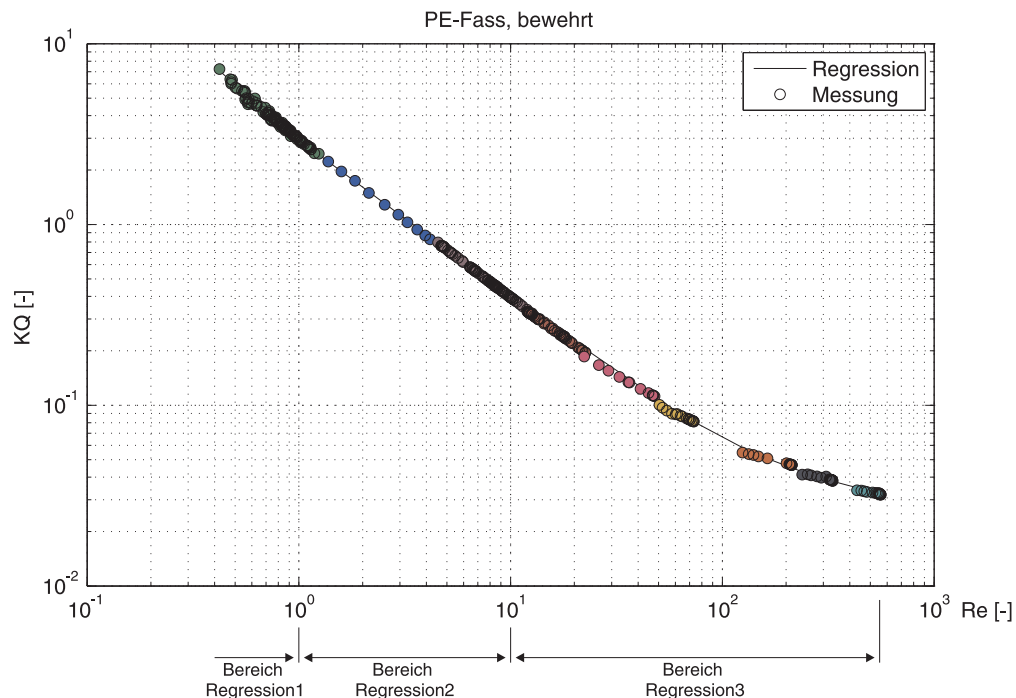


Abbildung 5.3.: Leistungskurve des Viskosimeters, Variante 001a

Basierend auf der Leistungskurve erfolgt die nachfolgende Kalibrierung mit einem nicht-Newtonschen Medium. Daher wird der Verlauf durch abschnittsweise definierte Potenzansätze der Form  $KQ = a + b \cdot RE^c$  angenähert, um die Leistungskurve mit einer analytischen Formulierung zu beschreiben. Dies ermöglicht die mathematische Durchführung der folgenden Kalibrierungsschritte. Insgesamt wurden drei Regressionsansätze verwendet, um den Verlauf der Leistungskurve abzubilden. Die Regressionsansätze und deren Gültigkeitsbereiche sind ebenfalls in Abbildung 5.3 dargestellt. Die Parameter der verwendeten Potenzfunktionen sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst.

	$a$	$b$	$c$
Regression1	0,946	2,034	-1,283
Regression2	-0,009	2,944	-0,863
Regression3	0,025	3,245	-0,945

Tabelle 5.4.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001a

### unbewehrte Variante

Neben der unbewehrten Hydraulik ist der Einsatz von Strombrechern vorgesehen. Da sich durch das Einbringen der Bewehrung das hydraulische System ändert, muss durch diese Modifikation erneut die Leistungscharakteristik ermittelt werden. Dies geschieht für die Variante 001b mit den acht verschiedenen Vergleichsmedien  $Rheo1_{b,c,d}$  bis  $Rheo8_{b,c,d}$ , vgl. Tabelle 5.1. Die gemessene Leistungskurve kann im Anhang in Abbildung D.1 nachgeschlagen werden. Neben den einzelnen Modellmedien sind ebenfalls die Regressionskurven zu sehen.

Die Approximation der Leistungskurve erfolgt analog zur Variante 001a. Die ermittelten Parameter der drei Potenzansätze sind in Tabelle 5.5 zusammengefasst.

	$a$	$b$	$c$
Regression1	-0,023	2,764	-0,954
Regression2	0,029	2,202	-0,883
Regression3	0,015	1,440	-0,714

Tabelle 5.5.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001b



### 5.2.2. Laborkessel

#### bewehrte Variante

Der geringere Durchmesser des Laborkessels macht ebenfalls eine erneute Bestimmung der Leistungscharakteristik erforderlich. Analog zu den Hydraulikvarianten 001a und 001b wird auf die Modellmedien gemäß Tabelle 5.1 zurückgegriffen. Es werden die acht Medien  $Rheo1_{b,c,d}$  bis  $Rheo8_{b,c,d}$  verwendet. Der Verlauf der Leistungskurve sowie die Regressionskurven sind im Anhang in Abbildung D.2 illustriert. Die Regressionsparameter sind in Tabelle 5.6 wiedergegeben.

	$a$	$b$	$c$
Regression1	−0,014	3,294	−0,953
Regression2	0,038	3,729	−1,058
Regression3	0,017	2,022	−0,766

Tabelle 5.6.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001c

#### unbewehrte Variante

Als letzte hydraulische Variante muss der unbewehrte Laborkessel betrachtet werden. Die Leistungscharakteristik dieser Variante wird mit Hilfe der sieben Vergleichsmedien  $Rheo1_{b,c,d}$  bis  $Rheo7_{b,c,d}$  erstellt. Die Leistungskurve der Variante 001d sowie die entsprechende Regressionskurven sind im Anhang in Abbildung D.2 zu finden. Eine tabellarische Übersicht der Parameter der Potenzansätze ist in Tabelle 5.7 gegeben.

	$a$	$b$	$c$
Regression1	−0,057	3,245	−0,970
Regression2	0,035	2,249	−0,899
Regression3	0,006	0,890	−0,572

Tabelle 5.7.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001d

### 5.2.3. Quasiunendlicher Kessel

Der quasiunendliche Kessel wird nicht experimentell auf seine Leistungscharakteristik untersucht. In Kapitel 6 wird diese Untersuchung mit Hilfe von numerischen Berechnungen durchgeführt.

### 5.3. Nicht-Newtonsche Kalibrierung

Nachdem die Kalibrierung des Messgerätes für die verschiedenen Hydrauliken im Newtonschen Fall abgeschlossen ist, kann die Kalibrierung für den nicht-Newtonschen Fall erfolgen. Hierzu wird wie beschrieben ein bekanntes nicht-Newtonsches Medium im Propellerviskosimeter vermessen. Die sich ergebende Rührwerksviskositätskurve wird mit der bekannten Viskositätskurve (vgl. Abbildung 5.2 und Tabelle 5.2) verglichen, um so die von Metzner und Otto eingeführte Größe zu ermitteln.

#### 5.3.1. Ermittlung der Metzner-Otto Größe

Exemplarisch ist in den Abbildungen 5.4 und 5.5 der ermittelte Verlauf des Metzner-Otto Wertes für die hydraulischen Varianten der Versuchskonfiguration dargestellt. Die Darstellung erfolgt in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl und für die Xanthan-Konzentration von  $1,0 - Ma. \%$ . Die Versuche wurden für jede Geometrievariante mit vier Vergleichsmessungen auf Wiederholbarkeit geprüft.

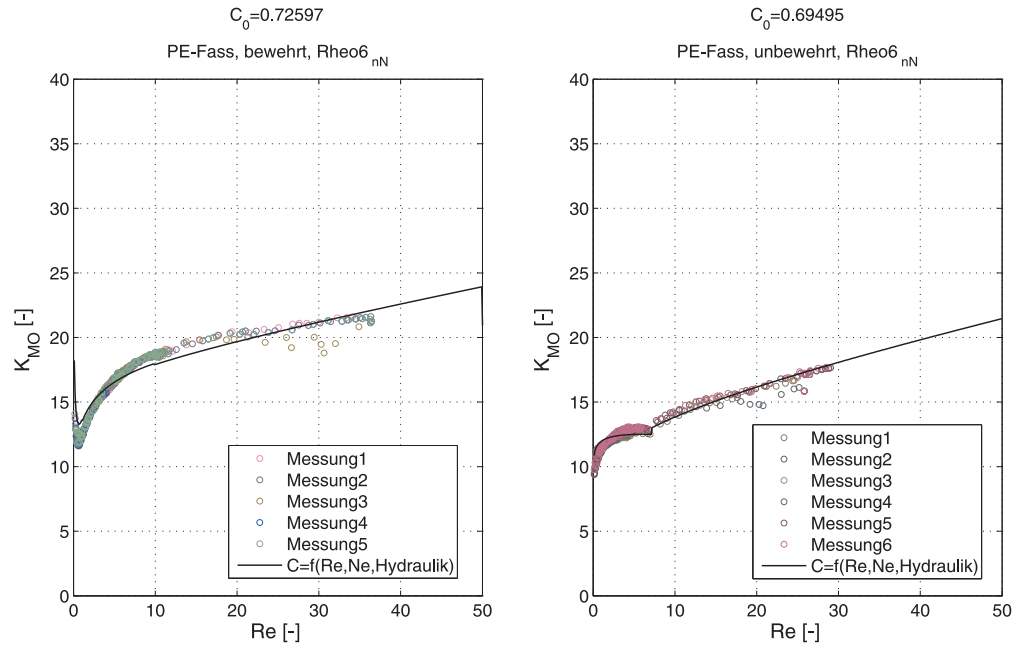
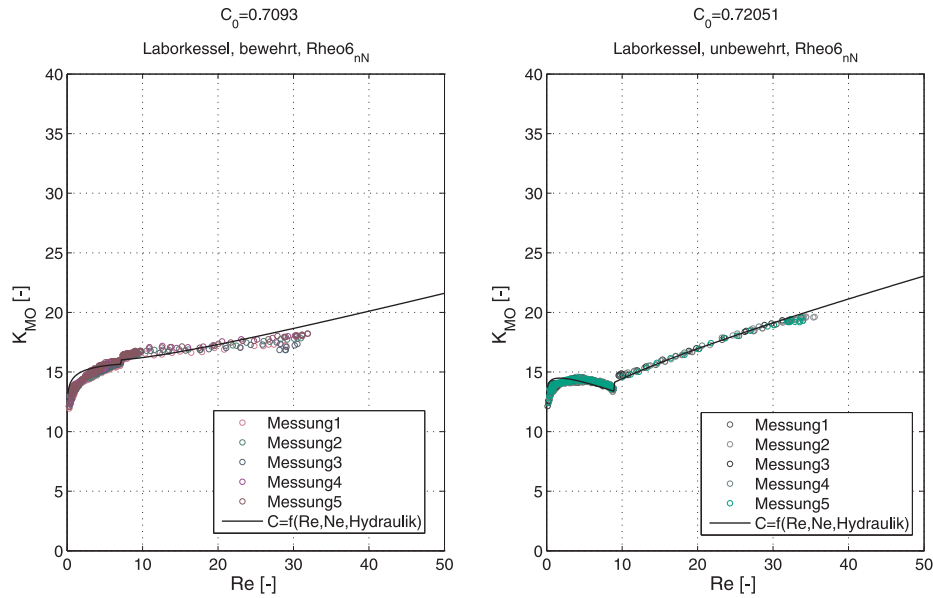


Abbildung 5.4.:  $K_{MO}$ -Verlauf für das Deckelfass,  $1 - Ma. \%$

Im Vergleich der hydraulischen Varianten fällt auf, dass sich die Metzner-Otto Zahl der unbewehrten Hydraulik in einem Bereich, kleiner als  $Re = 7$  annähernd als Konstante verhält. Bei größeren Zahlen verliert die von Metzner und Otto eingeführte Größe ihren konstanten Charakter. Bei der Verwendung von Drallbrechern ist kein konstanter Bereich zu finden. Die Ursache liegt im nicht-viskosimetrischen Charakter der Strömung

Abbildung 5.5.:  $K_{MO}$ -Verlauf für den Laborkessel, 1 –  $Ma.\%$ 

begründet. Im unbewehrten Fall treffen die Annahmen für  $RE < 7$  zu, die zu Beginn für das Verfahren getroffen wurden. In der bewehrten Hydraulik ist das nicht der Fall. Aus dem Verlauf wird ersichtlich, dass der Metzner-Otto Wert nicht als Konstante betrachtet werden darf. Aus diesem Grund wird ein modifiziertes Leistungskonzept eingeführt.

Modellfluid	$K_{MO,i} = f(Hydraulik, Fluid)$			
	001a	001b	001c	001d
$Rheo1_{nN}$	11,099	8,374	11,494	9,874
$Rheo2_{nN}$	13,163	10,642	12,324	10,792
$Rheo3_{nN}$	12,131	9,906	12,045	11,499
$Rheo4_{nN}$	13,124	11,190	13,688	12,629
$Rheo5_{nN}$	14,014	11,588	13,405	12,346
$Rheo6_{nN}$	15,075	12,097	14,906	13,866
$Rheo7_{nN}$	14,130	12,077	14,884	14,014

Tabelle 5.8.:  $K_{MO}$ -Wert in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums unter Annahme konstanten Charakters

In Tabelle 5.8 sind der Vollständigkeit halber die jeweiligen Metzner-Otto Werte der Versuchskonfigurationen aufgelistet, die sich ergeben, wenn der  $K_{MO}$ -Wert als Konstante betrachtet wird. Die Ermittlung der Konstante erfolgt über die Mittelwertbildung aller

bestimmten  $K_{MO}$ -Werte. Zur Auswertung wird das Herschel Bulkley Gesetz verwendet. Es werden nur solche Werte in die Berechnung mit einbezogen, deren korrespondierende  $Re$ -Zahl nicht größer als 10 ist.

### 5.3.2. Einführung des modifizierten Leistungskonzepts

Wie erwähnt, müssen bestimmte Randbedingungen erfüllt sein, um die Metzner-Otto Größe zu nutzen. Außerhalb des laminaren Bereichs sind diese Bedingungen nicht erfüllt und das Drehzahlkonzept nach Metzner und Otto ist nicht anwendbar, da sich die Metzner-Otto Größe fortwährend verändert.

Um auch diesen Bereich der Leistungsauswertung zugänglich zu machen, ohne mit aufwendigen Messungen einen Verlauf der von Metzner und Otto eingeführten Größe zu bestimmen, schlägt Henzler ein Leistungskonzept vor (vgl. Gleichung (3.20)). Dieses Leistungskonzept geht für den laminaren Fall in das Drehzahlkonzept über [46]. Wie in Kapitel 3.5 dargelegt, wird das Leistungskonzept nach Henzler modifiziert und in die Form nach Gleichung (5.1) gebracht.

$$\dot{\gamma} = \underbrace{C_0 \cdot Ne \cdot Re}_{C=f(Re, Ne, Hydraulik)} \cdot n \quad (5.1)$$

Hierin ist  $C_0$  ein Parameter, der für einfache Fälle analytisch hergeleitet werden kann (vgl. Anhang A) und  $C$  eine Funktion dieser Geometriekonstante und dem Produkt der  $Ne$ - und der  $Re$ -Zahl.

Für den Fall geometrisch aufwendiger Rührorgane kann der Parameter  $C_0$  experimentell bestimmt werden. Hierzu wird basierend auf Gleichung (5.1) eine Regression der  $K_{MO}$ -Werte durchgeführt. Als Resultat ergibt sich der Parameter  $C_0$ . In den Abbildungen 5.4 und 5.5 ist der Verlauf der Funktion  $C$  neben den gemessenen  $K_{MO}$ -Werten dargestellt. Der jeweils ermittelte  $C_0$ -Wert ist ebenfalls im Diagramm angegeben. Die Sprünge, die im mittels Gleichung (5.1) ermittelten Kurvenverlauf auftreten, ergeben sich durch die Unstetigkeit der Newtonschen Kalibrierkurve, die zur Durchführung des Verfahrens notwendig ist. Eine Validierung der  $C_0$ -Werte für hohe  $Re$ -Zahlen steht bislang aus und wird im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht, da hier nur der laminare Bereich von Bedeutung ist. In diesem Bereich bildet Gleichung (5.1) die gemessenen Werte in guter Genauigkeit ab.

Für alle Geometrievarianten und für die sieben verwendeten nicht-Newtonschen Modellmedien wurden Versuche mit jeweils vier Wiederholungen durchgeführt, um den Geometrieparameter  $C_0$  zu bestimmen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.9 zusammengefasst. Zur Auswertung wurde jeweils das Herschel Bulkley Gesetz verwendet. Eine grafische Darstellung aller Versuche ist im Anhang E zu finden.

Modellfluid	$C_{0,i} = f(Hydraulik, Fluid)$			
	001a	001b	001c	001d
$Rheo1_{nN}$	0,580	0,565	0,567	0,628
$Rheo2_{nN}$	0,655	0,674	0,612	0,602
$Rheo3_{nN}$	0,631	0,587	0,586	0,580
$Rheo4_{nN}$	0,667	0,641	0,653	0,644
$Rheo5_{nN}$	0,661	0,663	0,638	0,624
$Rheo6_{nN}$	0,716	0,686	0,699	0,710
$Rheo7_{nN}$	0,708	0,688	0,707	0,704

Tabelle 5.9.:  $C_0$  in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums

### 5.3.3. Fluidabhängigkeit des Geometrieparameters $C_0$

Aus dem Vergleich der  $C_0$ -Werte aus Tabelle 5.9, sowie der  $K_{MO}$ -Werte aus Tabelle 5.8 wird ersichtlich, dass der Parameter  $C_0$  und die Größe  $K_{MO}$  nicht nur von der Geometrie, sondern offensichtlich auch von den rheologischen Eigenschaften des Fluids abhängig sind. Dies bestätigt die theoretischen Überlegungen, die in Kapitel 3.5 angestellt wurden. Um den Proportionalitätsfaktor auch für Medien zur Verfügung zu stellen, deren rheologische Parameter nicht in dieser Arbeit betrachtet wurden, wird der Verlauf des Proportionalitätsfaktors approximiert und in der Form einer Regressionsfunktion der Art  $y = a + b \cdot x^c$  bestimmt. Die Funktion wird in Abhängigkeit der Konsistenzziffer  $k$  des jeweils verwendeten Modellgesetzes gebildet. Die Abhängigkeit von der Fließgrenze  $\tau_0$  des Herschel Bulkley Gesetzes sowie vom Fließindex  $m$  wird nicht untersucht, da diese beiden Parameter im Rahmen dieser Arbeit nicht ausreichend variiert wurden. Das eingesetzte nicht-Newtonsche Modellmedium wurde mit Hilfe des Geliermittels Xanthan gebildet. Die so erzeugten Modellmedien gehören einer Modellfamilie an, deren Fließindex jeweils ähnlich ist, vgl. Tabelle 5.2. Die Abhängigkeit des Parameters  $C_0$  wurde gemäß der Vereinfachung, dass Normalspannungseffekte keinen Einfluss auf die betrachteten Vorgänge ausüben, auf die Betrachtung der Fließfunktion reduziert.

In Abbildung 5.6 ist beispielhaft für die Hydraulik 001a der Verlauf des Proportionalitätsfaktors  $C_0$  in Abhängigkeit der Konsistenzziffer  $k$  des Ostwald de Waele Gesetzes dargestellt. Im Diagramm ist zudem der Verlauf der Approximationsfunktion zu sehen. Das zur Auswertung verwendete Modellgesetz ist ebenso vermerkt, wie die Parameter der Regressionsfunktion.

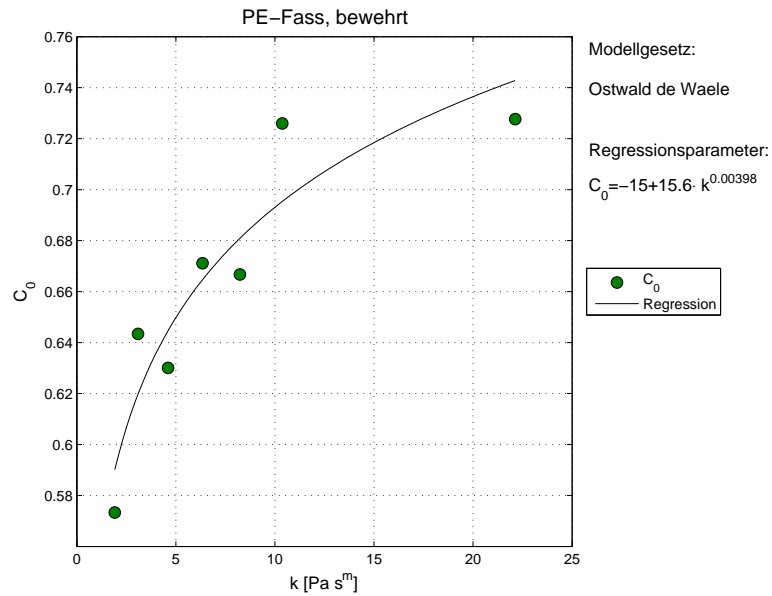


Abbildung 5.6.: Verlauf des Parameters  $C_0$  in Abhängigkeit des Konsistenzfaktors  $k$  für die Hydraulikvariante 001a

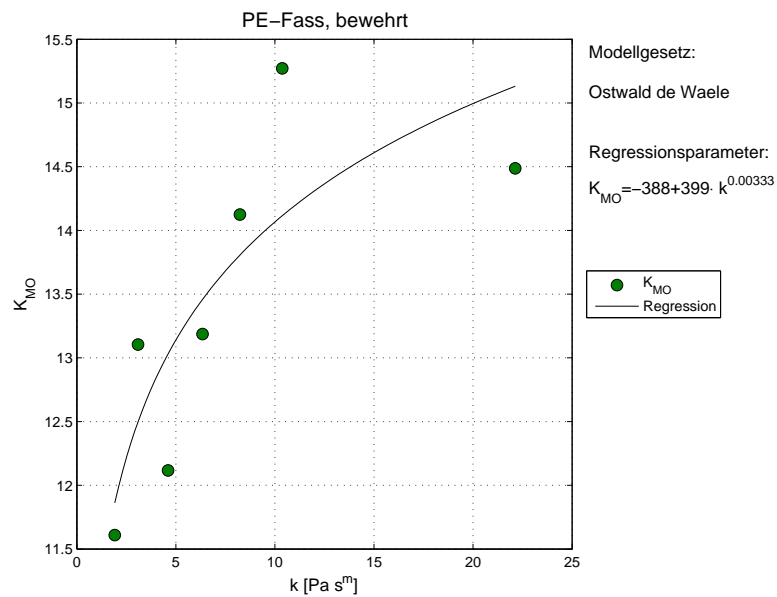


Abbildung 5.7.: Verlauf der  $K_{MO}$ -Größe in Abhängigkeit des Konsistenzfaktors  $k$  für die Hydraulikvariante 001a

Abbildung 5.7 zeigt für die gleiche Hydraulik den Verlauf der Metzner-Otto Größe in Abhängigkeit des Konsistenzfaktors des verwendeten Ostwald de Waele Gesetzes. Die gefundenen Parameter der Approximation sind in Tabelle 5.10 zusammengefasst. Die

Auswertung der Verläufe der Proportionalitätsfaktoren erfolgte sowohl nach dem Gesetz von Ostwald de Waele, als auch nach dem Regressionsansatz von Herschel Bulkley.

		$C_0 = a_i + b_i \cdot k^{c_i}$			$K_{MO} = a_i + b_i \cdot k^{c_i}$		
		$a$	$b$	$c$	$a$	$b$	$c$
Ostwald de Waele	001a	-15,016	15,566	$3,981 \cdot 10^{-3}$	-388,006	399,003	$3,328 \cdot 10^{-3}$
	001b	-13,019	13,562	$4,126 \cdot 10^{-3}$	-475,284	483,437	$3,171 \cdot 10^{-3}$
	001c	-6,615	7,118	$1,039 \cdot 10^{-2}$	-102,990	113,304	$1,457 \cdot 10^{-2}$
	001d	0,551	$2,881 \cdot 10^{-2}$	0,597	-249,142	257,989	$7,262 \cdot 10^{-3}$
Herschel Bulkley	001a	-6,546	7,046	$1,284 \cdot 10^{-2}$	-221,230	230,133	$1,074 \cdot 10^{-2}$
	001b	-5,134	5,636	$1,429 \cdot 10^{-2}$	-247,609	253,730	$1,057 \cdot 10^{-2}$
	001c	-0,175	0,640	0,136	-51,236	59,721	$4,397 \cdot 10^{-2}$
	001d	0,586	$2,996 \cdot 10^{-3}$	1,566	-149,228	155,673	$2,063 \cdot 10^{-2}$

Tabelle 5.10.:  $C_0$  und  $K_{MO}$  in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums

Mit dem Abschluss der nicht-Newtonschen Kalibrierung ist das Propellerviskosimeter für die Geometrievariante 001a bis 001d bereits einsatzfähig und messbereit. Die Untersuchungen mit nicht-Newtonschen Medien konnten jedoch nicht für einen quasiunendlichen Kessel durchgeführt werden. Daher soll in Kapitel 6 eine numerische Untersuchung erfolgen, die die Kalibrierung des Messgeräts für den quasiunendlichen Kessel ersetzt.

### 5.3.4. Validierung der Kalibrierungsmessung mit Rotationsviskosimetrie

Abschließend soll anhand einer exemplarischen Viskositätskurve die Brauchbarkeit des modifizierten Leistungskonzepts dargelegt werden. Dazu ist in Abbildung 5.8 der Verlauf der Viskosität dargestellt. Zur Auswertung der Fließfunktion wurde das Gesetz nach Ostwald de Waele verwendet. Das eingesetzte hydraulische System ist die Variante 001a mit dem Modellfluid *Rheo3<sub>nN</sub>*.

Im Diagramm ist der Verlauf der Messung des Rotationsviskosimeters zu sehen. Weiterhin ist der Verlauf dargestellt, für den Fall, dass der  $K_{MO}$ -Wert für jeden einzelnen Messpunkt bestimmt und zur Scherrate verrechnet wird. Der Graph wird im Diagramm mit " $K_{MO} = variable$ " bezeichnet. Die Kurve " $K_{MO} = const$ " gibt den Viskositätsverlauf an, wenn die Scherrate mit der mittleren, konstanten Metzner-Otto Größe bestimmt wird. Als weiterer Verlauf ist die mit Hilfe des modifizierten Leistungskonzepts erstellte Kurve zu sehen. Diese wird mit " $C_0 = f(Re, Ne, Fluid)$ " bezeichnet.

Infolge der iterativen Bestimmung des  $K_{MO}$ -Wertes ergibt sich ein nahezu exakter Ver-

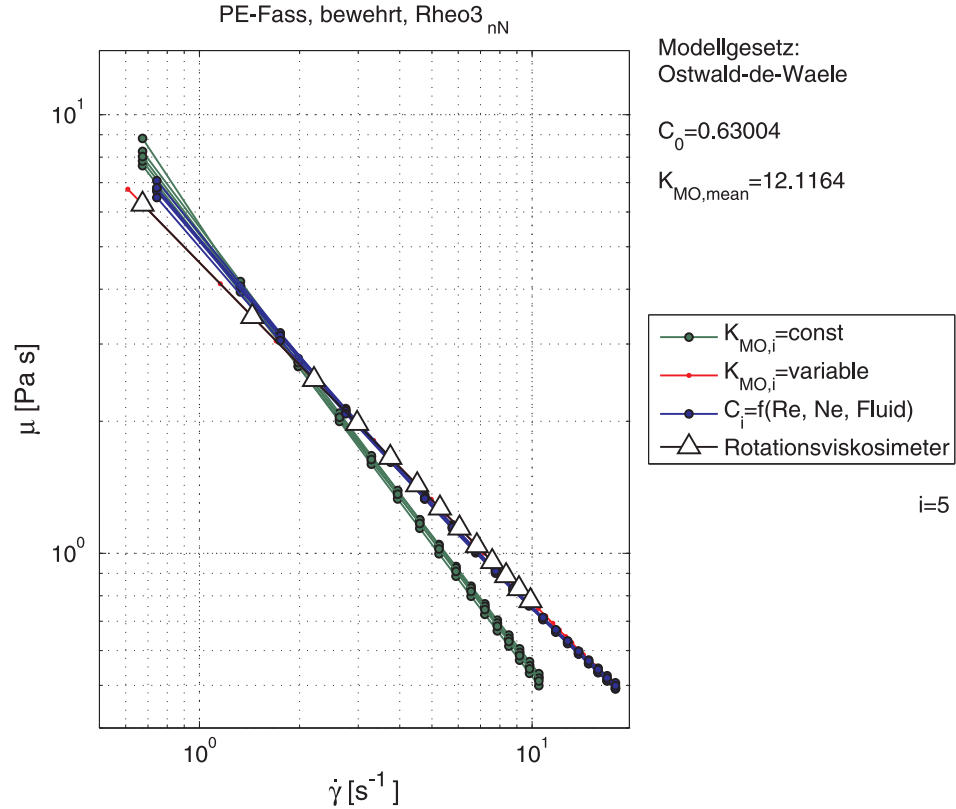


Abbildung 5.8.: Vergleich der Viskositätskurve für  $Rheo3_{nN}$ , aufgenommen im bewehrten PE-Fass, ausgewertet nach Ostwald de Waele

lauf für die Viskositätskurve, wenn diese mit dem zur Drehzahl korrespondierenden  $K_{MO}$ -Wert bestimmt wird. Wird die Kurve mit dem konstanten Mittelwert aller  $K_{MO}$ -Größen bestimmt, ergibt sich eine Kurve, deren Fließindex überschätzt wird. Insbesondere bei niedrigen Xanthankonzentrationen fällt dieser Effekt auf, vgl. Abbildung E.1.1. Wird die Kurve jedoch mit dem modifizierten Leistungskonzept abgeschätzt, ergibt sich im Allgemeinen eine sehr gute Übereinstimmung der Messergebnisse, wie in Abbildung 5.8 zu sehen.

Neben den beschriebenen Kurven beinhaltet das Diagramm Angaben über die verwendete Hydraulik, sowie das zur Auswertung eingesetzte Fließgesetz. Weiterhin sind der mittlere  $K_{MO}$ -Wert und der mittlere  $C_0$ -Wert verzeichnet. Die Darstellung erfolgt als Regression der gemessenen Versuchsreihen. Die Anzahl der Versuchsreihen ist im Diagramm festgehalten.

Der Vergleich der unterschiedlichen Viskositätskurven aus Abbildung 5.8 lässt den Schluss zu, dass die Verwendung des erweiterten Leistungskonzepts zuverlässigere Werte für den Viskositätsverlauf ergibt, da für hohe Scherraten ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung mit der konventionell ermittelten Kurve vorliegt. Im weiteren Verlauf der Arbeit



wird daher das erweiterte Leistungskonzepts verwendet. Die von Metzner und Otto eingeführte Größe ist aus den oben dargelegten Gründen nicht zu einzusetzen.

Neben dem exemplarischen Messergebnis aus Abbildung 5.8 sind im Anhang E die übrigen Viskositätskurven aufgelistet.

## 6. Numerische Untersuchungen

Die Bestimmung der Leistungscharakteristik des quasiunendlichen Kessels ist nur mittels numerischer Untersuchungen zu erzielen. Der Aufwand der Versuchsdurchführung würde den rechtfertigenden Aufwand übersteigen.

Um die Vergleichbarkeit der numerischen Berechnungen zu gewährleisten, werden die experimentell ermittelten Leistungskurven zunächst simuliert. Darauf aufbauend lässt sich die Qualität der numerisch bestimmten Ergebnisse beurteilen. Anschließend soll die Leistungscharakteristik des quasiunendlichen Kessels mittels CFD ermittelt werden.

### 6.1. Vernetzung

Bevor die Simulationen durchgeführt werden können, muss zunächst das Strömungsgebiet vernetzt werden. Die Vernetzung erfolgt mit dem Mesher ANSYS ICEM CFD 12.0 der Firma Ansys, Inc.. Es werden ausschließlich Hexaederelemente verwendet.

#### 6.1.1. Rührorgan

Da in allen Versuchen, sowie in sämtlichen numerischen Untersuchungen dieselbe Hydraulik verwendet wird, genügt es diesen Propeller einmalig zu vernetzen und in allen durchzuführenden Simulationen zu verwenden. Die Vernetzung des Propellers erfolgt mit Hexaeder-Elementen und ist in Abbildung 6.1 zu sehen.

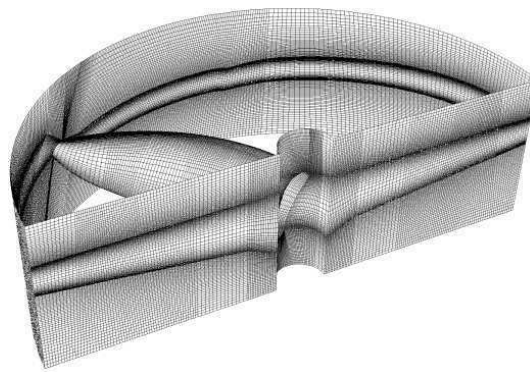


Abbildung 6.1.: Netz des Propellers

Zur Vereinfachung wurde die Rotationssymmetrie des Propellers bei der Vernetzung ausgenutzt und lediglich ein  $180^\circ$  Ausschnitt vernetzt, dessen Symmetriefflächen Periodizität aufweisen. Das erstellte Netz besteht aus 2.110.008 Elementen mit 2.167.542 Knoten. Zur Vervollständigung des Netzes muss dieses noch kopiert und um  $180^\circ$  rotiert werden. Dies geschieht im Zuge der Modellerstellung, vgl. Kapitel 6.2.1.

In Abbildung 6.2 ist das Schaufelblatt des vernetzten Propellers zu sehen. Die auf den Propellerradius  $r_P$  bezogene Kantenlänge  $l_{edge}$  eines Volumenelements beträgt in diesem Bereich durchschnittlich  $l_{edge}/r_P = 0,005$ . An An- und Abströmseite wird auf eine feinere Vernetzung geachtet. Neben der hohen Auflösung der Schaufeloberfläche wurde auf eine geeignete Diskretisierung der wandnahen Bereiche geachtet.

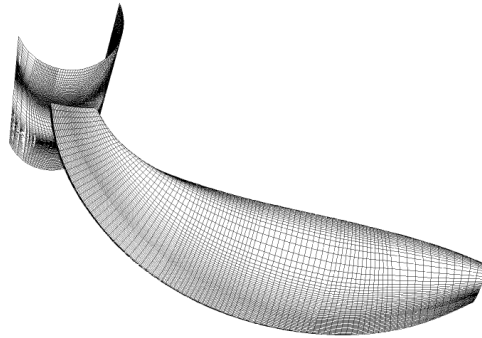


Abbildung 6.2.: Netz der Propellerschaukel

Da die Simulationen verschiedene Geometrievarianten beinhalten, die auch eine Bewehrung vorsehen, muss das Rührorgan als eigenständiges Fluidvolumen betrachtet werden. Zur Simulation kommt das Frozen Rotor Modell zum Einsatz. Die Verwendung eines Frozen Rotors erfordert allerdings die Übergabe der berechneten Größen an den Rändern des vernetzten Volumens an die benachbarten Volumina. Da im Rahmen dieser Arbeit das Fernfeld mit reduzierter Zellenzahl vernetzt wird, um die Rechenzeit zu senken, sind die angrenzenden Netzregionen nicht kongruent. Aus diesem Grund werden an diesen Stellen General Grid Interfaces (GGI) verwendet, die die Strömungsgrößen interpolieren und an den jeweils nächst gelegenen Knoten übergeben. Um den hierdurch entstehenden Interpolationsfehler zu minimieren, wird zwischen den benachbarten Interfaceflächen auf eine möglichst identische Zellen- und Knotenanzahl geachtet.

Das Interface in radialer Richtung ist in Abbildung 6.1 zu sehen. Die Eintrittsseite des Propellers ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit wurde das Netz in der Darstellung um  $180^\circ$  um die horizontale Ebene gedreht. Das Interface in Austrittsrichtung zeigt Abbildung 6.4.

In den Abbildungen 6.1, 6.3 und 6.4 ist zu erkennen, dass die Elementgröße in weiten Bereichen ähnlich ist. Eine Ausnahme bilden die Projektionen der Verfeinerung in Folge der Diskretisierung der Grenzschicht. Hier ist eine starke Elementhäufung zu erkennen. Die Vernetzung der Grenzschicht macht diese Unregelmäßigkeit jedoch notwendig.

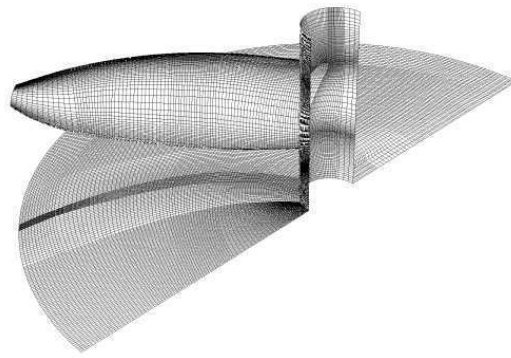


Abbildung 6.3.: Eintrittsinterface des Propellers

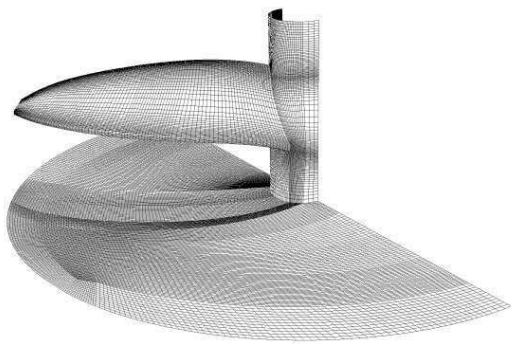


Abbildung 6.4.: Austrittsinterface des Propellers

### 6.1.2. Kesselvarianten

Die verschiedenen Kesselvarianten, die im Zuge der numerischen Untersuchungen betrachtet werden, sind das PE-Fass, der Laborkessel und der quasiunendliche Kessel. Da sich die Rechennetze aller Kesselvarianten aus der Vernetzung einer zylinderähnlichen Geometrie ergeben, soll hier auf die Darstellung der Rechengitter verzichtet werden. Im Folgenden sollen lediglich die Eckdaten der Netze vorgestellt werden.

#### PE-Fass

Das PE-Fass wird in zwei Varianten vernetzt. Beide Varianten werden als Viertelkreis mit Hexaedern vernetzt. Das erste Rechennetz beinhaltet die Bewehrungsstäbe und die Adapterplatte, das zweite ist bis auf diese Stellen identisch mit der ersten Variante. Die Stellen der Bewehrung werden mit Hexaeder-Elementen aufgefüllt. Aufgrund der Bewehrung wird der Kessel als zweigeteiltes Volumen erstellt. Der obere Teil beinhaltet nach Bedarf die Bewehrung, während der untere Teil des Kessels optional die Adapterplatte enthält. Die Teilung erfolgt um den Vernetzungsaufwand zu reduzieren.

Das Rechengitter, das das bewehrte PE-Fass diskretisiert besteht aus 561.888 Elemen-

ten für den bewehrten oberen Volumenabschnitt, bzw. 656.494 für den unbewehrten Abschnitt. Der untere beinhaltet 131.203 für die bewehrte, bzw. 134.603 für die unbewehrte Variante. Die Knotenanzahl beläuft sich im bewehrten Fall auf 590.648, bzw. im unbewehrten Fall auf 682.863 für das obere Teilvolumen und auf 138.861, bzw. auf 142.296 für das untere Teilvolumen. Die angegebenen Werte beziehen sich auf den 90° Ausschnitt des Gesamtnetzes.

### Laborkessel

Der Laborkessel wird ebenfalls in zwei Ausführungen vernetzt. Analog zum PE-Fass erfolgt die Vernetzung eines 90°-Ausschnitts. Das Fluidvolumen wird aus Gründen der Zeiteinsparung in einen oberen und einen unteren Teil zerlegt.

Die erstellten Rechenetze für das obere Teilvolumen beinhalten 242.720 Elemente für die Variante mit Bewehrung, bzw. 269.920 Elemente ohne Bewehrungseinrichtung. Die Knotenzahlen betragen 259.872, bzw. 290.574. Das untere Fluidvolumen wird mit 45.774 Elementen diskretisiert, wenn eine Bewehrung verwendet wird. Ohne Bewehrung beläuft sich die Anzahl auf 62.694 Elemente. Die Knotenzahlen der Rechengitter betragen für die bewehrte Version 51.079, bzw. 71.167 für den unbewehrten Fall. Die Anzahl der Elemente und Knoten der einzelnen Gitter ist auf den 90° Ausschnitt bezogen.

### quasiunendlicher Kessel

Die Bezeichnung quasiunendlich bezieht sich auf den Einfluss des Kesseldurchmessers auf die Leistungscharakteristik des Rührorgans. Ein Kessel der ausreichend groß ist, so dass der Durchmesser keinen Einfluss auf die Leistungskurve ausübt, kann im Rahmen dieser Arbeit als quasiunendlich betrachtet werden. Mit Hilfe der numerischen Untersuchungen des quasiunendlichen Kessels soll die Kalibrierung des Viskosimeters für den Einsatz in Fermentern oder anderen Rührkessel erfolgen, die sehr viel größer sind, als das Viskosimeter. Als Außendurchmesser für den Kontrollraum, der den quasiunendlichen Kessel darstellt, wird der Durchmesser  $d = 610\text{ mm}$  gewählt. Die Höhe des Kontrollvolumens beträgt  $H = 600\text{ mm}$ .

Die Vernetzung des quasiunendlichen Kessels erfolgt auf dieselbe Weise, wie die des PE-Fasses und des Laborkessels. Die Diskretisierung sieht zunächst einer Zerteilung des Fluidvolumens in einen oberen und einen unteren Teil vor, sowie eine Variante für den bewehrten und unbewehrten Einsatz des Viskosimeters. Die Vernetzung erfolgt für einen 90° Ausschnitt.

Die beschriebenen Netze für das obere Teilvolumen bestehen im Fall der bewehrten Hydraulik aus 889.248 Elementen und 925.648 Knoten. Das Netz der unbewehrten Variante verfügt über 929.904 Elemente und 963.101 Knoten. Das untere Teilvolumen der bewehrten Hydraulik wird mit 172.777 Elementen bzw. 181.995 Knoten diskretisiert.

Das Rechengitter der unbewehrten Hydraulik beinhaltet 149.994 Elemente und 157.920 Knoten.

## 6.2. Rechengebiet und Randbedingungen

### 6.2.1. Erstellung der Simulationsmodelle

Die Simulationsmodelle werden mit der Software CFX-Pre 12.0.1 der Firma ANSYS Inc. erstellt. Die Rechengebiete bestehen aus den oben vorgestellten Rechennetzen. Für die verschiedenen hydraulischen Varianten wird jeweils ein eigenes Simulationsmodell erstellt. Insgesamt werden sechs Simulationsmodelle verwendet. Jedes der Modelle besteht aus dem Rechengitter des Propellers und den Netzen, die den Kessel diskretisieren. Zur Definition des Simulationsmodells können in der verwendeten Software sogenannte fluiddomains erstellt werden. Das Netz des Propellers stellt eine solche Domain dar. Eine zweite fluiddomain wird durch die Rechennetze des Kessels erstellt. Abbildung 6.5 zeigt das Rechengebiet des unbewehrten Laborkessels.

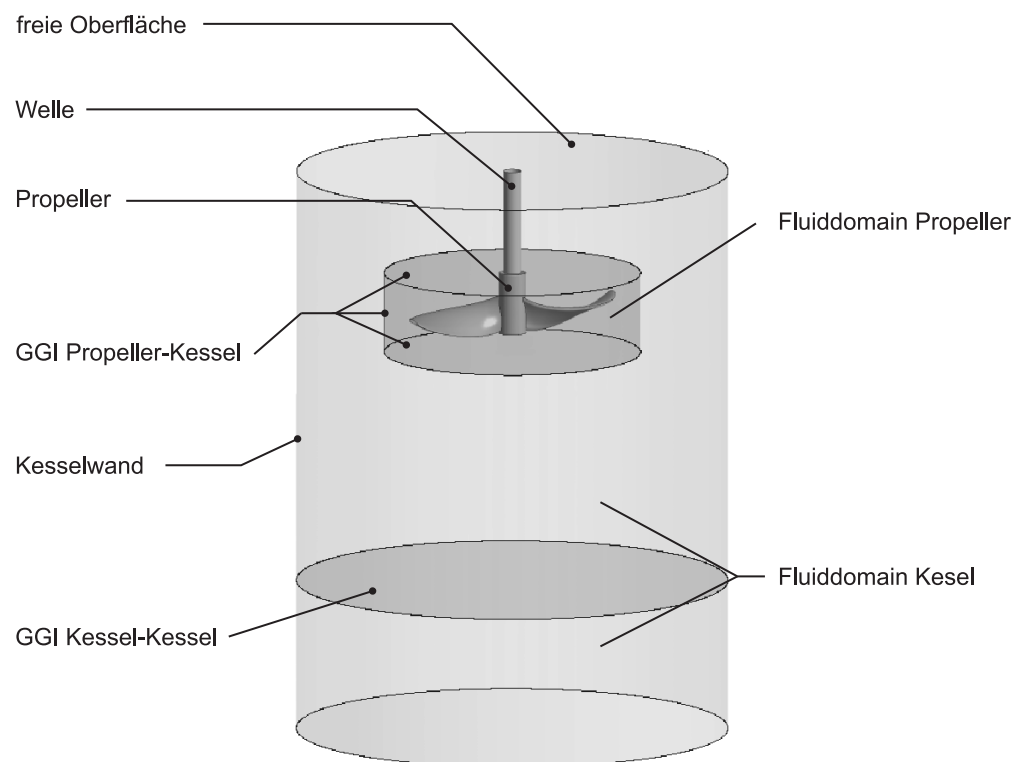


Abbildung 6.5.: Simulationsmodell mit geometrischen Randbedingungen, Hydraulik 001d

Jedes Netz wird unter Ausnutzung von Symmetrie erstellt. Die Domains müssen durch rotieren vervollständigt werden. Bei der Erstellung der Netze wurde auf knotenkonforme Symmetriefflächen geachtet, so dass mit Hilfe einer so genannten Direct Connection die

verschiedenen rotierten Netze zu einem Netz verbunden werden können.

Dieser Sachverhalt ist allerdings nur für die jeweilige fluiddomain gültig, das heißt für die Einzelnetze des Propellers und für die des Kessels. Die Flächenpaarungen zwischen Propeller und Kessel sowie zwischen den oberen und unteren Segmenten des Kessels sind nicht knotenkonform, so dass an diesen Stellen keine Direct-Connection Interfaces verwendet werden können. Als Interfaces kommen GGIs zum Einsatz.

Zur Verbindung des Propellers mit dem Kessel werden drei verschiedene GGIs eingesetzt: Die Flächenpaarungen zwischen Propellernetz und Kesselnetz an der Eintrittsseite des Propellers, an der Austrittsseite, sowie an der radialen Berandungsfläche. Diese drei Interfaces stellen die Berandung des Propellernetzes dar und müssen daher als Frozen Rotor definiert werden, da das Koordinatensystem der fluiddomain des Propellers relativ zum Koordinatensystem des Kessels rotiert. Das Interface zwischen oberem und unterem Kesselsegment ist nicht als Frozen Rotor definiert, da sich beide Netze nicht relativ zueinander bewegen. Dieses Interface verbindet die Flächenpaarung der Kesselsegmente und beinhaltet die Adapterplatte, vgl. Kapitel 4.2.2. Im Fall bewehrter Hydrauliken liegt im Bereich der Adapterplatte nur an einer Seite des Interfaces ein Rechengitter vor. Daher führt dieses Interface für die bewehrten Hydrauliken eine Intersection Control durch.

### 6.2.2. Geometrische Randbedingungen

Die geometrischen Randbedingungen legen die kinematische Zustände der Berandungen des zu untersuchenden Strömungsgebiets fest. Diese Berandungen sind der Propeller und die Propellerwelle, sowie die Kesselwand und die freie Oberfläche sowie ggf. die Bewehrung. Bis auf den Propeller und einen Teil der Propellerwelle sind alle Bauteile Bestandteile der ruhenden fluiddomain des jeweiligen Kessels.

Im Folgenden werden die einzelnen verwendeten Randbedingungen vorgestellt.

#### Propeller

Die Rotationsbewegung des Propellers wird durch eine Relativbewegung des Koordinatensystems der fluiddomain erzeugt. Dieses Verfahren wird auch Frozen Rotor genannt und ist nur hinreichend genau, da instationäre Effekte nicht berechnet werden können. Der Bereich, der für diese Arbeit von Interesse ist, liegt im Bereich kleiner Reynolds-Zahlen und es kann von einer schleichenden Strömung ausgegangen werden, deren instationäres Verhalten vernachlässigbar ist. Die Beschreibung des Rührorgans als Frozen Rotor kann im vorliegenden Fall demnach als ausreichend betrachtet werden.

Die Drehzahl des Propellers wird relativ zur fluiddomain festgelegt. Die Propelleroberfläche wird daher als ruhend betrachtet. Die Rotationsbewegung der fluiddomain wird in CFX Pre durch eine Expression gesteuert, da die Drehzahl eine der zentralen Eingangs-

beparameter darstellt und für die verschiedenen Geometrievarianten und verschiedene Modellmedien variiert werden muss. Der Wellenabschnitt, der sich in der fluiddomain des Kessels befindet, muss mit der entsprechenden Drehzahl versehen werden, da das Koordinatensystem des Kessels ruht.

Zur Erstellung der Newtonschen Leistungskurven werden Drehzahlen verwendet, die im Intervall  $n = [1..3200] \text{ min}^{-1}$  liegen. Eine Gesamtübersicht der Drehzahlen ist Tabelle 6.1 zu entnehmen. Die Drehzahlen, die im Zuge der Varianten mit nicht-Newtonschen Modellmedien untersucht werden, liegen im Intervall  $n = [1..n_x] \text{ min}^{-1}$ . Mit  $n_x$  wird die maximale Drehzahl bezeichnet, bei der noch laminares Strömungsverhalten erwartet wird. Für die verschiedenen nicht-Newtonschen Modellmedien sind daher verschiedene maximale Drehzahlen erforderlich. Eine Auflistung der Drehzahlen der verschiedenen Simulationsvarianten ist in Tabelle 6.1 wiedergegeben.

	$n \text{ [min}^{-1}\text{]}$											
<i>Newtonsch</i>	1	2,5	5	10	20	45	70	200	400	800	1600	3200
<i>Rheo1<sub>nN</sub></i>	1			5				10			18	
<i>Rheo2<sub>nN</sub></i>	1			5				10			22	
<i>Rheo3<sub>nN</sub></i>	1			5				10			26	
<i>Rheo4<sub>nN</sub></i>	1			5				10			28	
<i>Rheo5<sub>nN</sub></i>	1			5				10			30	
<i>Rheo6<sub>nN</sub></i>	1			5				10			25	
<i>Rheo7<sub>nN</sub></i>	1			5				10			50	

Tabelle 6.1.: Drehzahlvarianten für die Untersuchungen mit Newtonschen und nicht-Newtonschen Medien

### Kesselwand

Die Kesselwand wird in den numerischen Untersuchungen durch das Hinzufügen einer Haftbedingung definiert. Ebenso werden die Bewehrungsstäbe und die Adapterplatte, der entsprechenden geometrischen Varianten festgelegt. Die Kesselwand der beiden geometrischen Varianten des quasiunendlichen Kessels werden als reibungsfreie Wand definiert.



## Freie Oberfläche

Nach Rushton wirkt sich die Rotationsbewegung des Rührorgans unter Einhaltung der vorgeschlagenen Füllhöhe nicht auf die Leistungskurve aus, sofern die Reynoldszahl einen Wert von  $Re = 300$  nicht überschreitet [13]. Aus diesem Grund wird davon ausgegangen, dass die Füllhöhe als konstant betrachtet werden kann. Daher wird die freie Oberfläche als ortsfeste reibungsfreie Wand angenommen.

In Abbildung 6.5 ist am Beispiel der Hydraulik 001d das Simulationsmodell mit den gewählten geometrischen Randbedingungen zu sehen. Die GGI-Paarungen sind in dieser Abbildung ebenfalls dargestellt.

### 6.2.3. Rheologische Randbedingungen

Die rheologischen Randbedingungen charakterisieren die Modellmedien, die für die numerischen Untersuchungen verwendet werden. Da diese möglichst gut mit den experimentellen Modellmedien übereinstimmen sollen, werden sowohl für die Newtonschen Modellmedien, als auch für die nicht-Newtonschen Medien die in Kapitel 5.1 gefundenen Mittelwerte verwendet.

Da mit numerischen Methoden beliebig kleine und hohe Drehzahlen ohne großen Aufwand realisiert werden können, kann die Newtonsche Leistungscharakteristik mit einem einzigen Modellmedium erstellt werden. Zum Einsatz kommt das Medium, das durch das Modellfluid *Rheo1<sub>a</sub>* beschrieben wird. Die nicht-Newtonschen Untersuchungen hingegen erfordern zur Vergleichbarkeit zwischen Simulation und Experiment eine identische Anzahl an Modellmedien. Diese sind die Modellfluide *Rheo1<sub>nN</sub>* bis *Rheo7<sub>nN</sub>*.

Im Fall der Newtonschen Untersuchungen wird das Fließgesetz nach dem Newtonschen Schubspannungsansatz definiert. Die nicht-Newtonschen Berechnungen erfolgen unter Verwendung des Gesetzes nach Ostwald de Waele bzw. nach Herschel Bulkley. Das Ostwald de Waele Gesetz findet Anwendung, sofern die Fließgrenze des Herschel-Bulkley Gesetzes negativ und somit physikalisch nicht plausibel ist.

In Tabelle 6.2 sind die verschiedenen Modellmedien der numerischen Untersuchungen zusammengefasst. Die Tabelle enthält alle relevanten Angaben, die das Medium entsprechend des Materialgesetzes beschreiben, sowie eine entsprechende Anmerkung, welches Materialgesetz eingesetzt wurde. Außerdem ist die jeweils angenommene Dichte vermerkt. Für die numerischen Untersuchungen wird angenommen, dass sich das Medium im Rahmen seines Gedächtnisses stationär verhält.

	$\mu [Pa \cdot s]$	$\tau_0 [Pa]$	$k [Pa \cdot s^m]$	$m [-]$	$\rho [kg/m^3]$	Modellgesetz
$Rheo1_{a,sim}$	4,728	—	—	—	1362	Newton
$Rheo1_{nN,sim}$	—	—	1,916	0,293	998,3	Ostwald de Waele
$Rheo2_{nN,sim}$	—	—	3,086	0,257	998,3	Ostwald de Waele
$Rheo3_{nN,sim}$	—	—	4,602	0,225	998,3	Ostwald de Waele
$Rheo4_{nN,sim}$	—	0,731	5,620	0,220	998,3	Herschel Bulkley
$Rheo5_{nN,sim}$	—	1,162	7,072	0,205	998,3	Herschel Bulkley
$Rheo6_{nN,sim}$	—	2,461	7,906	0,206	998,3	Herschel Bulkley
$Rheo7_{nN,sim}$	—	11,068	11,049	0,218	998,3	Herschel Bulkley

Tabelle 6.2.: Materialparameter der verwendeten Modellmedien

#### 6.2.4. Wahl der Solvereinstellungen

Die Berechnung der zuvor erstellten Simulationsmodelle erfolgt mit der Software CFX-Solver Manager 12.0.1 der Firma ANSYS Inc.. Im Folgenden sollen die Einstellungen der Solver erläutert werden, die zur Durchführung der numerischen Untersuchungen gewählt werden.

Die Simulationen zur Erstellung der Newtonschen Leistungskurven decken sowohl laminare, als auch turbulente Bereiche ab. Daher ist es nicht möglich ausschließlich mit einem Solver für laminaren Strömungscharakter zu arbeiten und es muss zusätzlich ein Solver gewählt werden, der die turbulenten Strömungsbedingungen berücksichtigt. Als untere Grenze zwischen laminarem und turbulentem Strömungscharakter wird der Wert  $Re = 10$  gewählt. Dieser Wert deckt sich mit mehreren Literaturangaben [13] [14] [20] und wird nicht genauer untersucht.

Das  $k - \epsilon$ -Modell liefert im Bereich der Außenströmung gute Ergebnisse. Im wandnahen Bereich greift das Modell auf Wandfunktionen zurück. Das  $k - \omega$ -Modell hingegen erzielt im Wandbereich gute Lösungen, versagt jedoch im wandfernen Bereich. Ein Modell, dass die Vorteilen beider Modelle vereint, ist das  $k - \omega - SST$ -Modell.

Im Zuge der numerischen Berechnungen werden sowohl laminare, als auch turbulente Zustände auftreten. Diese Zustände führen zu einer Veränderung der Grenzschichtdicke. Unter der Verwendung des  $k - \epsilon$ -Modells wäre eine Vielzahl an Netzvarianten notwendig um die geforderten Werte des dimensionslosen Wandabstands  $y^+$  einzuhalten. Das  $k - \omega$ -Modell wäre insbesondere bei höheren Drehzahlen ungeeignet, wenn der Freistrahle des Propellers zunehmend an Bedeutung gewinnt. Aus diesem Grund wird zur Lösung der turbulenten Zusatzterme das  $k - \omega - SST$ -Modell verwendet.

Als weitere Untersuchungen werden die nicht-Newtonschen Kalibriermessungen aus Kapitel 5 mittels laminarer, numerischer Berechnungen eingehender untersucht. Zudem werden die Untersuchungen auf die Hydraulikvarianten des quasiunendlichen Kessels ausgeweitet. Da diese Untersuchungen die Verwendung nicht-Newtonscher Modellmedien beinhaltet ist es erforderlich das Materialgesetz entsprechend zu erweitern. Die Software CFX 12.0.1 bietet ausschließlich die empirischen Modellgesetze nach Ostwald de Waele und Herschel Bulkley an. Das Gesetz von Carreau kann ebenfalls gewählt werden. Diese Materialgesetze erlauben es jedoch nicht, Normalspannungsfunktionen zu hinterlegen, so dass die Ergebnisse der numerischen Untersuchung eine Vernachlässigung dieser Effekte erfordert. Nach [12] kann diese Annahme für den viskosimetrischen Fall getroffen werden. Aus diesem Grund werden die Simulationen nicht-Newtonscher Strömungen im Rahmen dieser Arbeit auf Strömungen beschränkt, deren Re-Zahl keiner 10 ist.

Sowohl die numerischen Untersuchungen der Newtonschen Medien, als auch die der nicht-Newtonschen Medien werden stationär durchgeführt. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass sich die Temperatur konstant verhält. Die Energiegleichung muss daher nicht gelöst werden.

Die Berechnung erfolgt mit einem Verfahren von zweiter Ordnung. Sowohl die Interpolation der Geschwindigkeit als auch die Druckinterpolation erfolgen trilinear. Die Kopplung von Geschwindigkeit und Druck wird mit einem Verfahren von vierter Ordnung durchgeführt.

Die laminaren Berechnungen werden in single precision ausgeführt, da für diese Berechnungen eine geringe Anzahl an Iterationen ausreicht um Konvergenz zu erzielen. Hierzu wurden zwei Versuchsreihen durchgeführt um darzulegen, dass keine nennenswerten Unterschiede zwischen single und double precision vorliegen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung ergeben Unterschiede, die sich in Größenordnungen von  $1 \cdot 10^{-7}$  bis  $1 \cdot 10^{-8}$  bewegen, vgl. Tabelle F.1. Die Berechnungen der turbulenten Zustände werden hingegen wegen der höheren Anzahl an Iterationen und der größeren Anzahl an Gleichungen in double precision gelöst.

### 6.3. Untersuchungen mit Newtonschen Medien

Die Newtonsche Leistungskurve der Hydraulikvarianten 001e und 001f können experimentell nicht mit vertretbarem Aufwand gemessen werden. Daher wird in diesem Kapitel anhand der Simulationsergebnisse für die Hydraulikvarianten 001a bis 001d gezeigt, dass mit Hilfe von numerischen Methoden eine Leistungscharakteristik erzeugt werden kann und die Leistungskurven der Varianten 001e und 001f mittels CFD berechnet werden können.

### 6.3.1. Numerische Nachrechnung der Versuchskonfigurationen

Die numerischen Untersuchungen der Versuchskonfigurationen beinhalten sowohl die Untersuchungen des bewehrten, als auch die des unbewehrten Falls für PE-Fass und Laborkessel. Die Simulationen werden mit den zuvor beschriebenen Randbedingungen durchgeführt. In Abbildung 6.6 ist exemplarisch das Ergebnis der Berechnungen für die bewehrte Variante des PE-Fasses dargestellt. Neben den Simulationsergebnissen sind die Ergebnisse der experimentellen Versuchsdurchführung zu sehen.

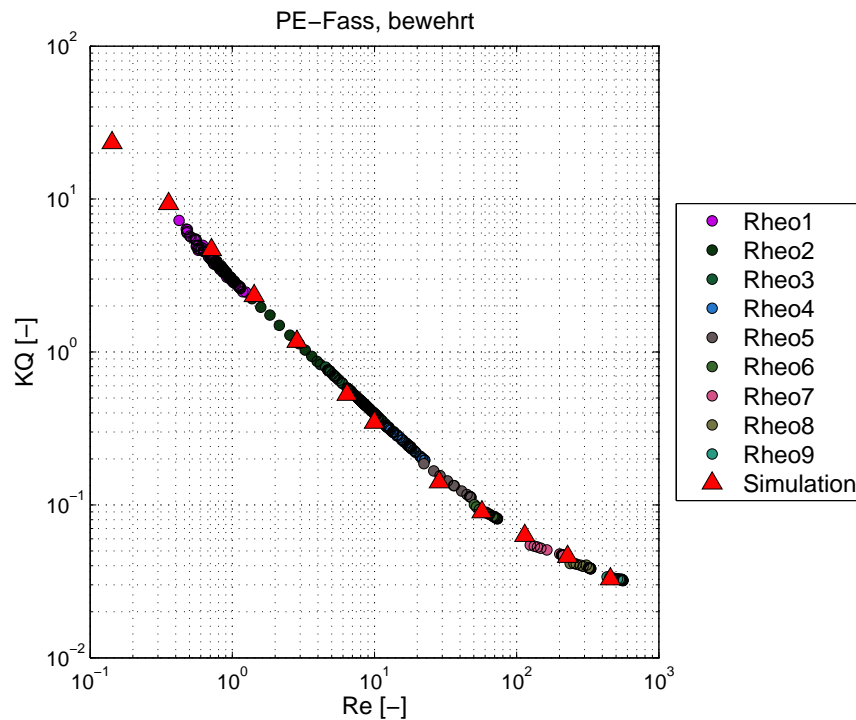


Abbildung 6.6.: experimentell und numerisch ermittelte Leistungskurve, PE-Fass bewehrt

Die numerisch ermittelten Ergebnisse wurden für  $Re$ -Zahlen kleiner 10 mit dem Solver für laminare Strömung bestimmt. Die Berechnung der Varianten für größere  $Re$ -Zahlen wurden unter Zuhilfenahme des  $k - \omega - SST$ -Modells durchgeführt.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die berechneten Größen mit den experimentell ermittelten Werten sehr gut übereinstimmen. Die Ergebnisse der verbleibenden Simulationen der Versuchskonfiguration verhalten sich in ähnlicher Weise und sollen daher hier nicht dargestellt werden. Diese können im Anhang D nachgeschlagen werden (Abbildungen D.1 bis D.2).

### 6.3.2. Numerische Berechnung des quasiunendlichen Kessels

Basierend auf der guten Übereinstimmung zwischen Experiment und Berechnung der Versuchskonfigurationen soll im folgenden Abschnitt die Bestimmung der Leistungskurven der Hydraulikvarianten 001e und 001f mit CFD durchgeführt werden.

Die Durchführung der Simulationen erfolgt mit den oben beschriebenen Randbedingungen. Für die vorgegebenen Drehzahlwerte ergibt sich für die Hydraulikvariante 001e eine Leistungskurve gemäß Abbildung 6.7.

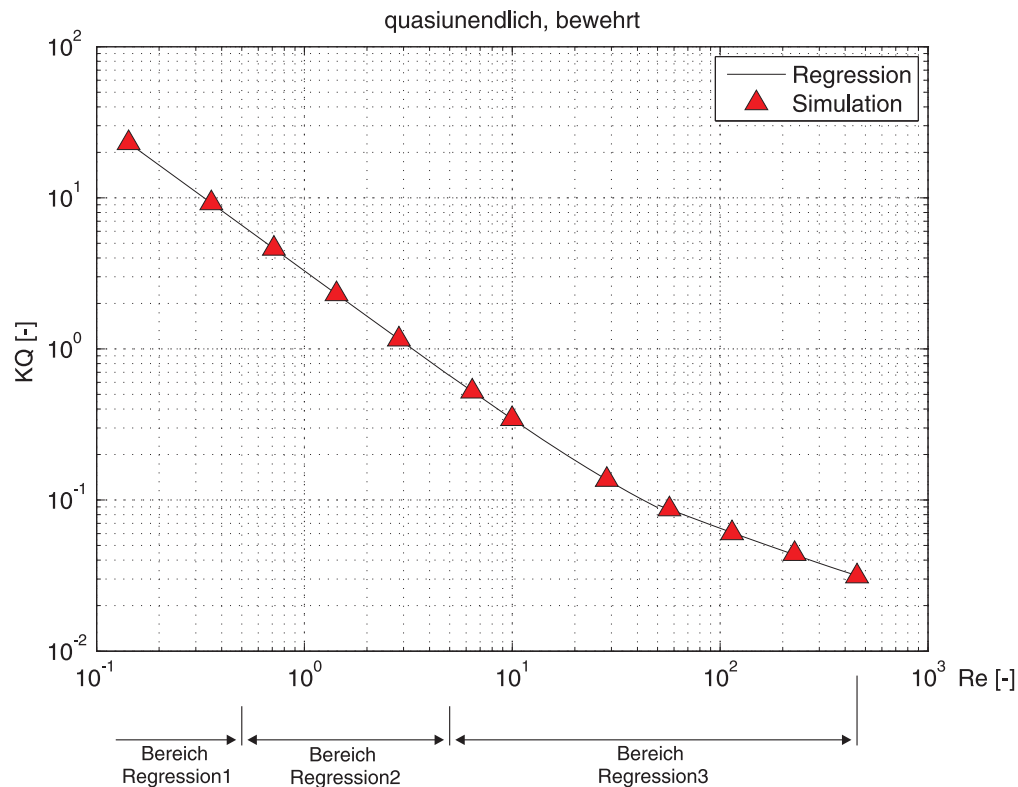


Abbildung 6.7.: numerisch ermittelte Leistungskurve mit Regressionsansätzen, quasiunendlicher Kessel bewehrt

Die Leistungskurve der unbewehrten Variante des quasiunendlichen Kessels ist im Anhang D in Abbildung D.3 zu finden.

Analog zu den Ergebnisse der experimentellen Versuchsführung werden die numerisch ermittelten Leistungskurven der Varianten 001e und 001f mit Regressionsansätzen angenähert um im Anschluss an die Newtonsche Kalibrierung die nicht-Newtonsche Kalibrierung durchführen zu können. Wie in der experimentellen Bearbeitung werden auch für die numerisch bestimmten Leistungskurven jeweils drei abschnittsweise definierte Regressionsfunktionen der Form  $y = a + b \cdot x^c$  gewählt. Der Verlauf der Regressionsfunktionen ist in den Abbildungen 6.7 und D.3 ebenfalls dargestellt. Die Parameter der Funktionen können für die bewehrte Variante 001e in Tabelle 6.3 nachgelesen werden.

	$a$	$b$	$c$
Regression1	0,009	3,278	-1,00
Regression2	0,028	3,285	-1,019
Regression3	0,007	0,778	-0,562

Tabelle 6.3.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001e

Die Parameter der Approximationsfunktionen für die unbewehrte Variante des quasiunendlichen Kessels sind in Tabelle 6.4 zusammengefasst.

	$a$	$b$	$c$
Regression1	-0,027	2,859	-0,971
Regression2	0,037	2,825	-1,014
Regression3	0,017	1,203	-0,708

Tabelle 6.4.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001f

## 6.4. Untersuchungen mit nicht-Newtonschen Medien

Nachdem die Newtonschen Leistungsdaten für alle zu betrachtenden Hydraulikvarianten bekannt sind, kann die nicht-Newtonsche Kalibrierung vervollständigt werden. Hierzu soll zunächst die numerische Untersuchung der Versuchskonfiguration erfolgen, um die Verlässlichkeit der numerisch ermittelten Werte zu überprüfen. Im Anschluss an diese Untersuchung wird der quasiunendliche Kessel für den bewehrten und unbewehrten Fall betrachtet und die nicht-Newtonsche Kalibrierung komplettiert.

### 6.4.1. Numerische Nachrechnung der Versuchskonfigurationen

Die numerische Untersuchung der Versuchskonfiguration beinhaltet die Hydraulikvarianten 001a bis 001d und wird mit den in Kapitel 5 vorgestellten nicht-Newtonschen Modellmedien durchgeführt. Zu jedem untersuchten Modellfluid werden Untersuchungen mit insgesamt vier verschiedenen Drehzahlen durchgeführt, vgl. Tabelle 6.1.

Die Zielgröße der numerischen Untersuchungen ist wiederum das jeweils am Rührorgan anfallende Drehmoment. Abbildung 6.8 vergleicht das numerisch bestimmte Drehmoment mit dem experimentell ermittelten Verlauf für das Modellmedium  $Rheo1_{nN}$ . Das verwendete hydraulische System ist Variante 001a. Beide Kurven sind über der Drehzahl

aufgetragen. Der simulierte Drehzahlbereich deckt ausschließlich Bereiche ab, für die die Re-Zahl kleiner 10 ist. In diesem Bereich ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Experiment zu erkennen.

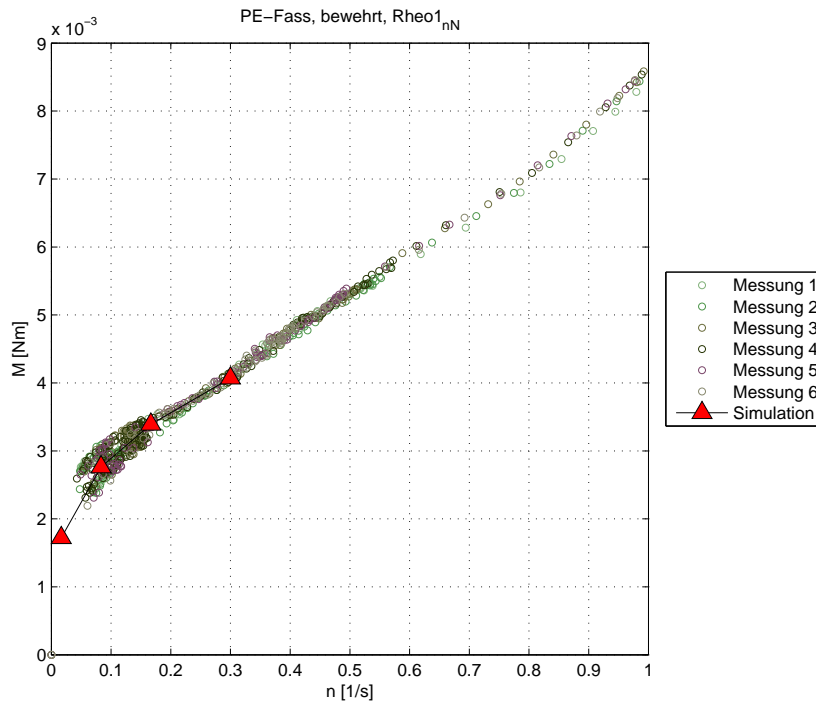


Abbildung 6.8.: Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl, experimentell und numerisch ermittelt, Hydraulik 001a mit  $Rheo1_{nN}$

Mit Hilfe des numerisch berechneten Drehmomentes wird analog zur Auswertung der experimentellen Ergebnisse ein Proportionalitätsfaktor gebildet, der das Gleichungssystem (3.34) löst. Dieser Proportionalitätsfaktor ist in Abbildung 6.9 zusammen mit den experimentell ermittelten Werten sowie dem theoretisch bestimmten Verlauf abgebildet. Auch in dieser Abbildung ist eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und numerischer Berechnung zu erkennen. Neben den Verläufen des Proportionalitätsfaktors sind die mittlere Metzner-Otto Größe und der Faktor  $C_0$ , sowie das zur Auswertung verwendete Fließgesetz angegeben.

Die Abbildungen 6.8 und 6.9 zeigen eine deutliche Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation für das betrachtete Modellmedium. Mit steigender Xanthan-Konzentration vergrößert sich allerdings die Ungenauigkeit der numerischen Berechnung, wie in den Abbildungen 6.10 und 6.11 zu sehen ist. In Abbildung 6.10 sind die Ergebnisse der Untersuchungen mit dem Modellfluid  $Rheo4_{nN}$  dargestellt. Zu sehen ist der Verlauf des Drehmoments in Abhängigkeit der Drehzahl. Der Verlauf wurde für die numerisch ermittelten und die experimentell bestimmten Ergebnisse erstellt. Für geringe Drehzah-

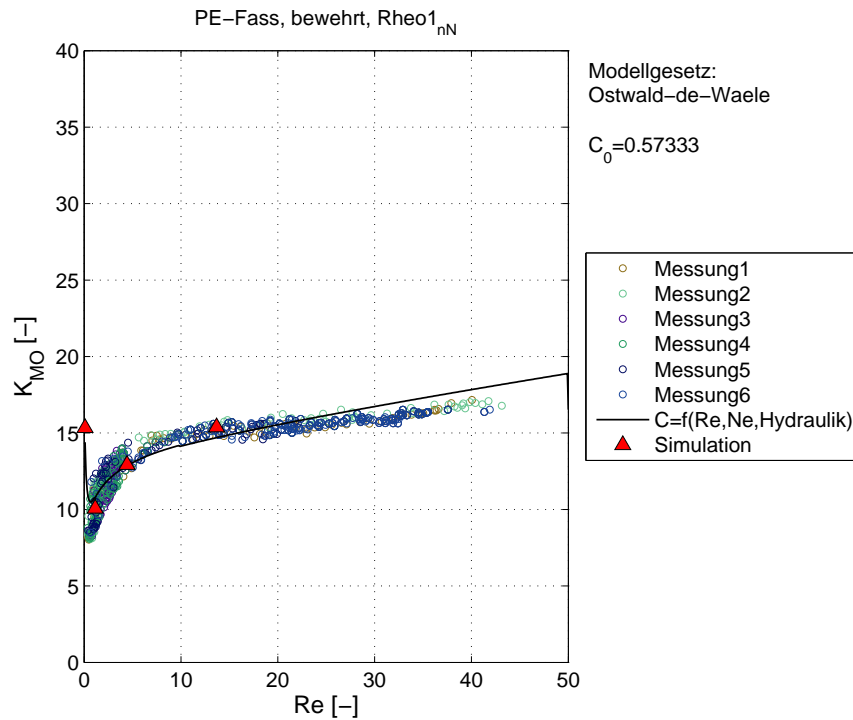


Abbildung 6.9.: Verlauf des Proportionalitätsfaktors, experimentell, numerisch und theoretisch bestimmt, Hydraulik 001a mit  $Rheo1_{nN}$

len stimmen die numerischen Ergebnisse noch gut mit den experimentellen überein. Mit steigender Drehzahl und damit steigender  $Re$ -Zahl weichen die numerischen Ergebnisse zunehmend stärker von den experimentellen ab.

In Abbildung 6.11 sind der experimentell und der numerisch bestimmte Verlauf des Proportionalitätsfaktors zu sehen. Weiterhin ist der theoretische Verlauf dargestellt. Infolge der Abweichung zwischen numerischen Ergebnissen und experimentell bzw. theoretisch bestimmten Werten, fällt der numerisch bestimmte Faktor gegenüber dem experimentellen bzw. theoretischen Verlauf ab.

Ursache für diese Abweichungen ist vermutlich die mangelhafte Beschreibung des Fluids durch das verwendete Modellgesetz, das im Zuge der Simulationen verwendet wurde. Sowohl das Gesetz von Ostwald de Waele, als auch das Gesetz von Herschel Bulkley ermöglichen nicht die Berücksichtigung von Normalspannungseffekten und setzen a priori voraus, dass das Fluid kein Gedächtnis besitzt. Für gering ausgeprägten nicht-Newtonschen Charakter und geringe Drehzahlen ist eine Vernachlässigung der Normalspannungseffekte zulässig, wie dies durch Abbildung 6.8 belegt wird. Für einen stärker ausgeprägten nicht-Newtonschen Charakter ist die Zulässigkeit der Vernachlässigung nicht länger kor-



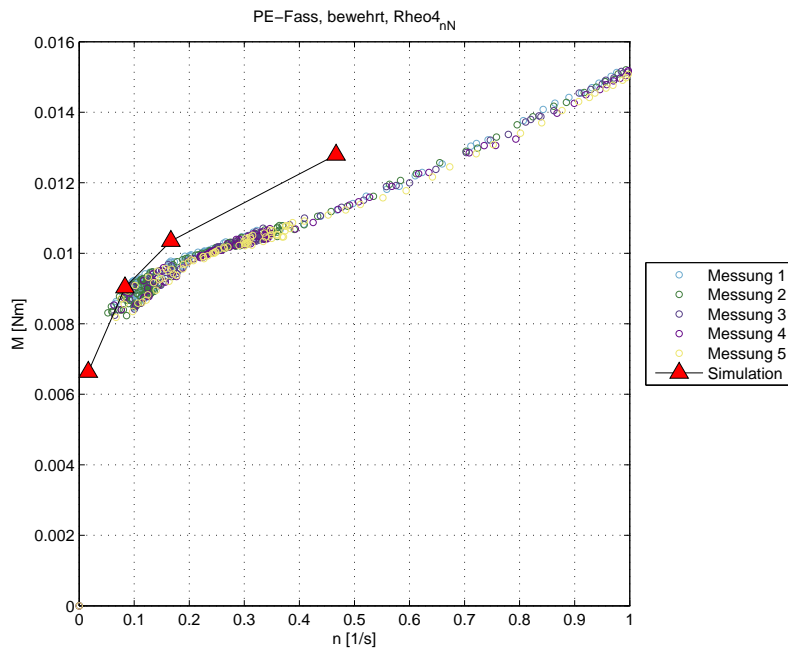


Abbildung 6.10.: Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl, experimentell und numerisch ermittelt, Hydraulik 001a mit  $Rheo4_{nN}$

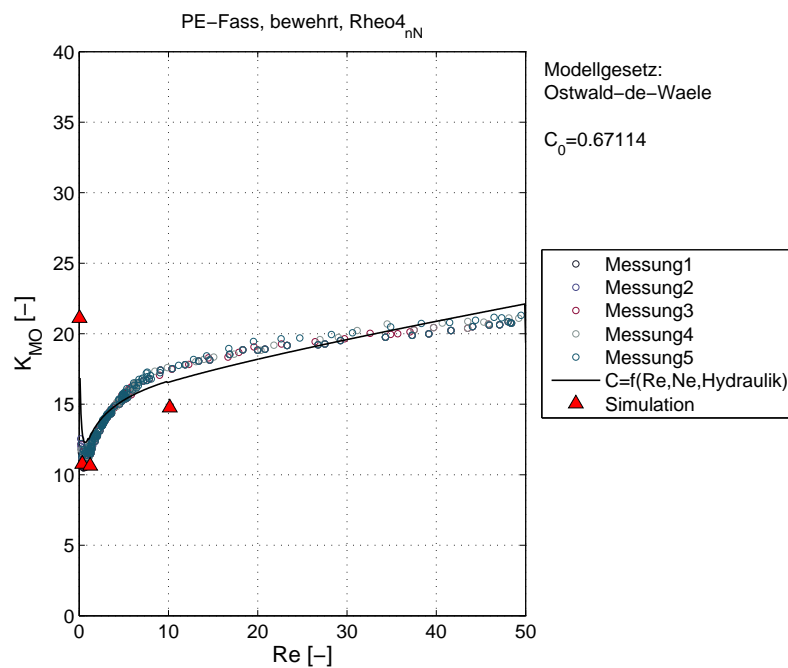


Abbildung 6.11.: Verlauf des Proportionalitätsfaktors, experimentell, numerisch und theoretisch bestimmt, Hydraulik 001a mit  $Rheo4_{nN}$

rekt und die Simulationsergebnisse ergeben infolge der Vernachlässigung der Normalspannungen zu geringe Werte für das bestimmte Drehmoment, vgl. Abbildung 6.11.

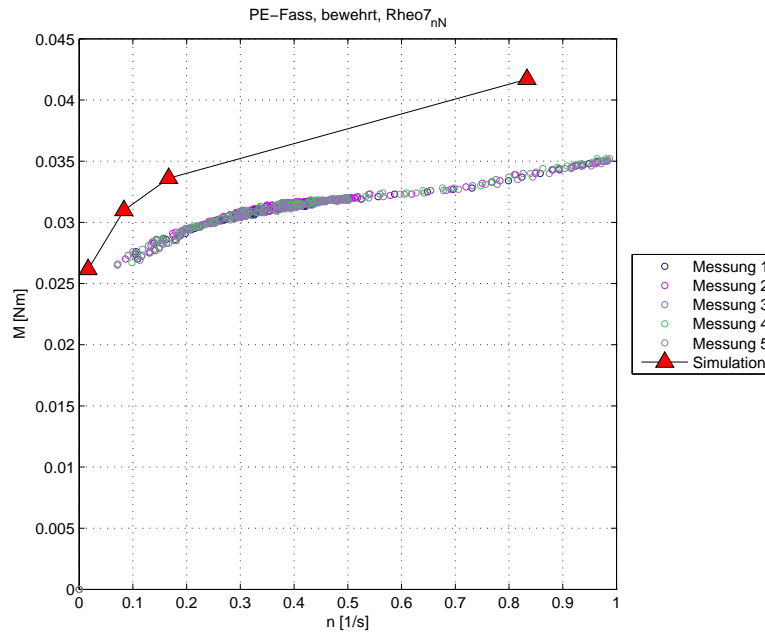


Abbildung 6.12.: Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl, experimentell und numerisch ermittelt, Hydraulik 001a mit  $Rheo7_{nN}$

Abschließend ist in Abbildung 6.12 der drehzahlabhängige Verlauf des berechneten bzw. des experimentell ermittelten Drehmoments für das Modellmedium  $Rheo7_{nN}$  dargestellt. Dieses Medium weist den ausgeprägtesten nicht-Newtonschen Charakter auf. Die numerische Untersuchung dieses Modellmediums ergibt die größten Abweichungen zwischen Simulation und Experiment. Lediglich die kleinste Drehzahl liegt in einem akzeptablen Bereich. In Abbildung 6.13 ist der Verlauf des Proportionalitätsfaktors zu sehen. Auch hier sind die Abweichungen zwischen Berechnung und Experiment am größten.

#### 6.4.2. Numerische Berechnung des quasiunendlichen Kessels

Wie im vorherigen Kapitel darlegt, gelingt eine numerische Berechnung einer nicht-Newtonschen Strömung nur für solche Medien und Zielgrößen, die unabhängig von der Normalspannungsfunktion des verwendeten Mediums sind. Dies ist der Fall, wenn viskosimetrische oder zumindest quasiviskosimetrische Strömungsverhältnisse vorliegen. Abbildung 6.10 zeigt, dass das verwendete Modellmedium  $Rheo4_{nN}$  für geringe Drehzahlen noch gute Übereinstimmungen mit experimentell ermittelten Werten liefert. Gleiches ist auch für das Modellfluid  $Rheo5_{nN}$  gültig. Daher soll die Auswertung der numerischen Berechnungen für die Hydraulikvarianten 001e und 001f nur für die Modellmedien

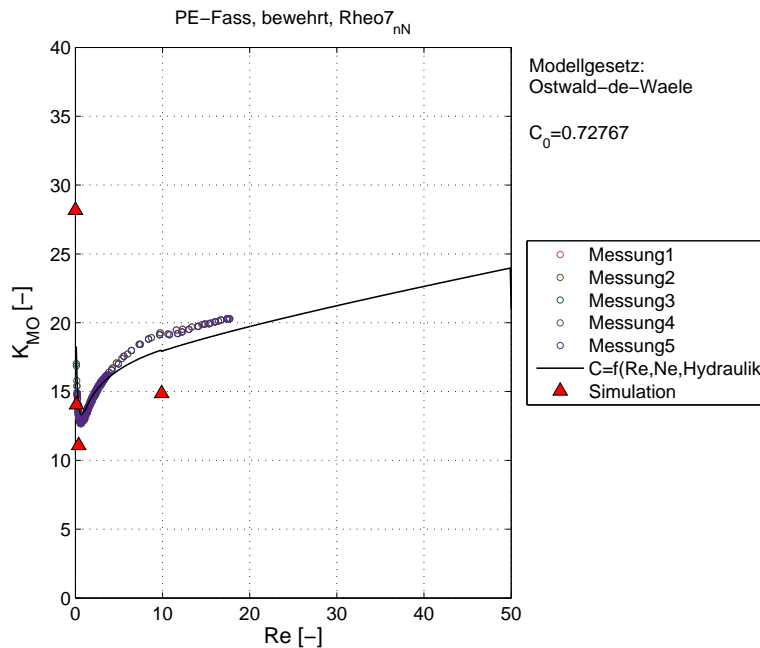


Abbildung 6.13.: Verlauf des Proportionalitätsfaktors, experimentell, numerisch und theoretisch bestimmt, Hydraulik 001a mit  $Rheo7_{nN}$

$Rheo1_{nN}$  bis  $Rheo5_{nN}$  erfolgen. Weiterhin werden für die Fluide  $Rheo2_{nN}$  bis  $Rheo5_{nN}$  nur die ersten drei numerisch berechneten Größen betrachtet, da hier die Normalspannungseffekte offensichtlich noch eine den viskosen Effekten untergeordnete Position einnehmen. Die Auswertung erfolgt analog zur experimentellen Versuchsführung und der numerischen Untersuchung der Versuchskonfiguration.

In Abbildung 6.14 ist der numerisch bestimmte Proportionalitätsfaktor über der Re-Zahl aufgetragen. Das verwendete Hydrauliksystem ist die Variante 001e. Neben den diskreten Ergebnissen ist der Verlauf der theoretischen Kurve eingetragen. Der Vorfaktor  $C_0$  wurde durch eine Regression der numerisch bestimmten Werte des Proportionalitätsfaktors errechnet. Der Vorfaktor ist im Diagramm ebenfalls angegeben, ebenso das zur Auswertung verwendete Fließgesetz. Das eingesetzte Medium ist das Fluid  $Rheo1_{nN}$ .

Der ermittelte Wert für  $C_0$  liegt erwartungsgemäß nahe an den experimentell basierenden Werte der Hydraulikvariante des PE-Fasses und des Laborkessels. Abbildung 6.15 zeigt den analogen Verlauf für das Modellmedium  $Rheo7_{nN}$ . Der hier ermittelte Betrag des Vorfaktors liegt deutlich unter den Werten der experimentell basierenden Vorfaktoren der im Versuch untersuchten Hydraulikvarianten. Dies bestätigt die Vermutung, dass die Modellbildung der numerischen Untersuchung die Einflussfaktoren der realen Vorgänge nur unzureichend abdeckt.

Abschließend ist in Tabelle 6.5 eine Übersicht über die ermittelten Faktoren der Varianten 001e und 001f gegeben. In der Tabelle sind sowohl die Metzner-Otto Größe  $K_{MO}$ ,

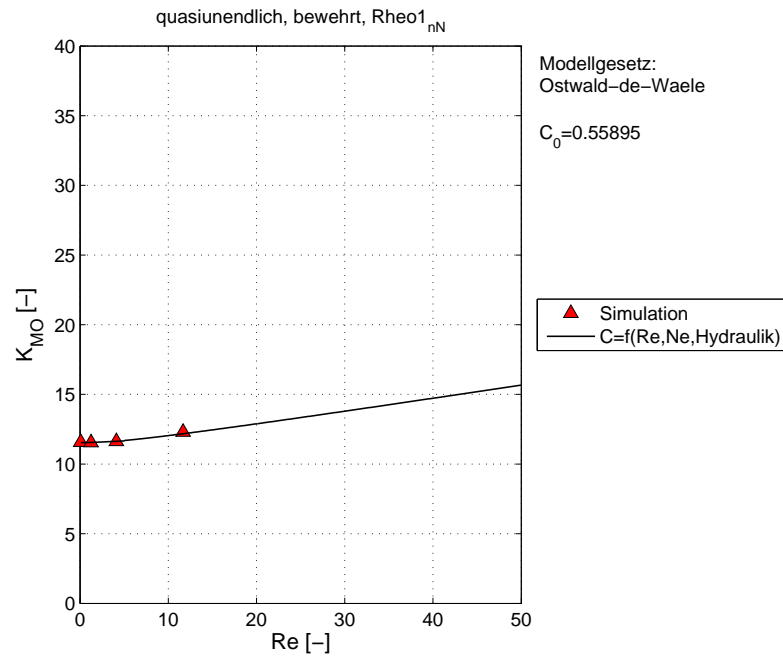


Abbildung 6.14.: Verlauf des Proportionalitätsfaktors, numerisch und theoretisch bestimmt, Hydraulik 001e mit  $Rheo1_{nN}$

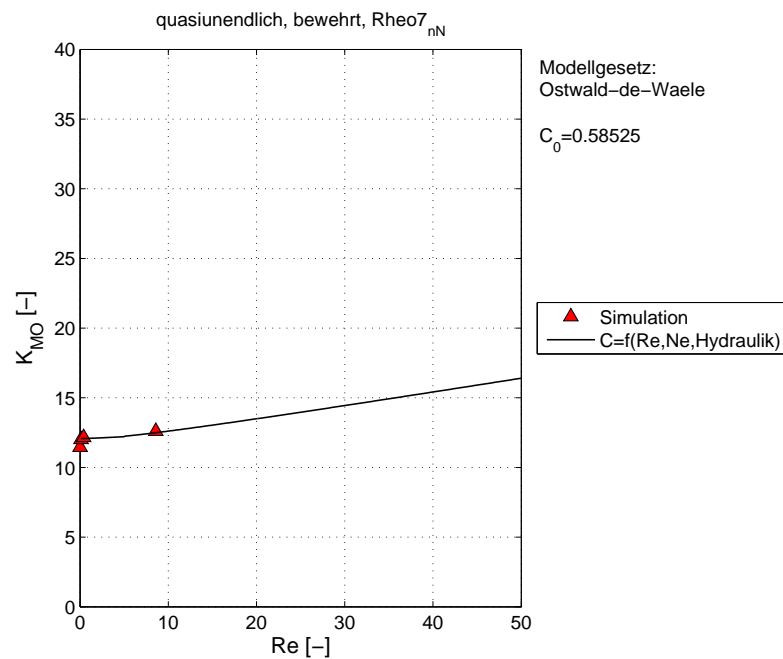


Abbildung 6.15.: Verlauf des Proportionalitätsfaktors, numerisch und theoretisch bestimmt, Hydraulik 001e mit  $Rheo7_{nN}$

als auch die jeweiligen Vorfaktoren  $C_0$  angegeben. Die Angabe der  $K_{MO}$ -Werte erfolgt aus Gründen der Vollständigkeit. In Kapitel 3 und 5 wurde bereits dargelegt, dass die Verwendung der Metzner-Otto Größe nur unter eingeschränkten Bedingungen zulässig ist. Die Auswertung erfolgt mit dem Gesetz nach Herschel-Bulkley.

Modellfluid	$K_{MO,i}$		$C_{0,i}$	
	001e	001f	001e	001f
$Rheo1_{nN}$	7,405	5,923	0,557	0,533
$Rheo2_{nN}$	11,103	8,883	0,560	0,531
$Rheo3_{nN}$	11,750	9,351	0,571	0,547
$Rheo4_{nN}$	11,745	9,368	0,571	0,550
$Rheo5_{nN}$	11,960	9,472	0,574	0,554
$Rheo6_{nN}$	11,915	9,526	0,575	0,570
$Rheo7_{nN}$	12,098	9,502	0,580	0,567

Tabelle 6.5.: numerisch bestimmte  $K_{MO}$  und  $C_0$ -Werte in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums

Wie auch in Kapitel 5 werden auf Grund der Fluidabhängigkeit des Proportionalitätsfaktors unterschiedliche Werte für  $C_0$  und  $K_{MO}$  ermittelt. Diese können analog zur experimentellen Versuchsdurchführung mit einer Regressionsfunktion in Abhängigkeit vom Konsistenzfaktor  $k$  angegeben werden.

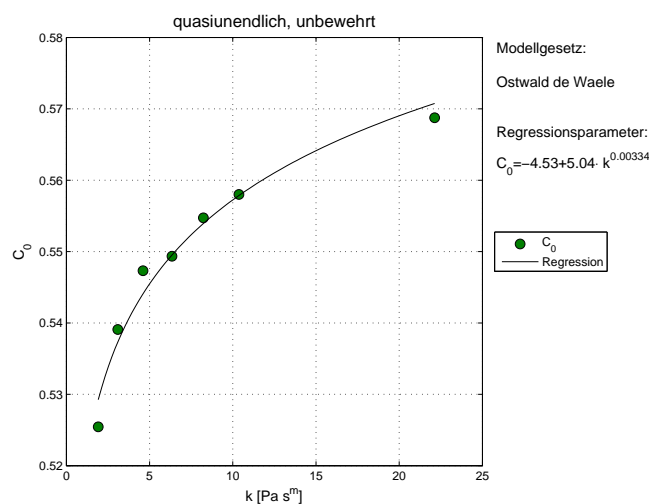


Abbildung 6.16.: Verlauf des Proportionalitätsfaktors  $C_0$  in Abhängigkeit des Konsistenzfaktors  $k$  für die Hydraulikvariante 001f

In Abbildung 6.16 ist der Verlauf der approximierten  $C_0$  Werte zusammen mit den numerisch ermittelten Werten dargestellt. Die verwendete Hydraulik ist die unbewehrte Variante des quasiunendlichen Kessels. Die Fließfunktion wurde mit dem Ostwald de Waele Gesetz angenähert. In der Abbildung sind weiterhin die verwendete Modellfunktion sowie die Parameter des Regressionsansatzes angegeben. Zum Vergleich ist in Abbildung 6.17 der Verlauf des  $K_{MO}$  Wertes in Abhängigkeit des Konsistenzfaktors  $k$  wiedergegeben.

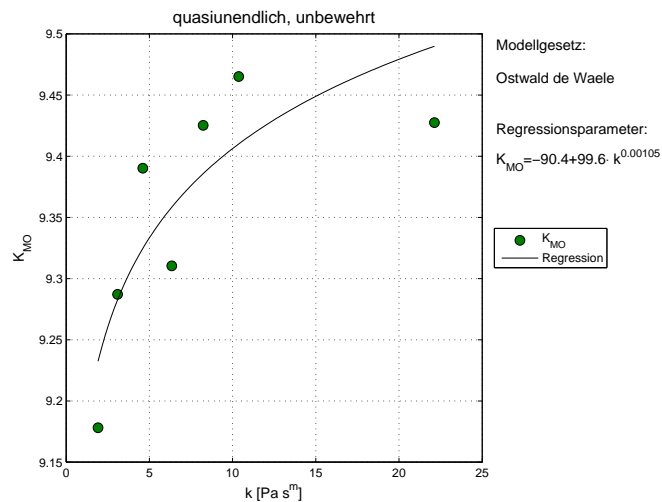


Abbildung 6.17.: Verlauf der  $K_{MO}$ -Größe in Abhängigkeit des Konsistenzfaktors  $k$  für die Hydraulikvariante 001f

Die ermittelten Parameter des Regressionsansatzes der Form  $x = a_i + b_i \cdot x^{c_i}$  sind in Tabelle 6.6 zusammengefasst. Die Ergebnisse, die mit dem Gesetz nach Ostwald de Waele ermittelt wurden, sind in der Tabelle mit "O.dW" gekennzeichnet. Die mittels der Regression von Herschel Bulkley bestimmten Werte erhalten die Kennzeichnung "H.B.".

		$C_0 = a_i + b_i \cdot k^{c_i}$			$K_{MO} = a_i + b_i \cdot k^{c_i}$		
		$a$	$b$	$c$	$a$	$b$	$c$
O.dW.	001e	-1,756	2,309	$4,501 \cdot 10^{-3}$	9,573	1,918	$8,265 \cdot 10^{-2}$
	001f	-4,52	5,045	$3,342 \cdot 10^{-3}$	-90,389	99,553	$1,055 \cdot 10^{-3}$
H.B.	001e	-2,151	2,690	$6,637 \cdot 10^{-3}$	-373,228	379,389	$7,481 \cdot 10^{-3}$
	001f	0,264	0,239	$9.83 \cdot 10^{-2}$	-294,844	299,911	$7,215 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 6.6.:  $C_0$  und  $K_{MO}$  in Abhängigkeit der Hydraulik und des Modellmediums

## 7. Realsubstratmessung

In den vorherigen Kapiteln wurden die Grundlagen, sowie die Funktionsweise des Propellerviskosimeters erläutert. Die erforderlichen Kalibrierungsschritte wurden anhand von Newtonschen und nicht-Newtonschen Medien sowohl im Versuch, als auch mittels numerischer Simulationen durchgeführt. Diese Kalibrierungsschritte wurden für die verschiedenen Hydraulikvarianten realisiert, so dass das Propellerviskosimeter innerhalb dieser Hydraulikvarianten einsatzfähig ist.

Im Rahmen dieser Arbeit werden abschließend Realsubstratmessungen ausgeführt, um die Tauglichkeit des Propellerviskosimeters darzulegen. Hierzu wird bewusst die Hydraulikvariante des PE-Fasses gewählt, da diese Variante für den Feldeinsatz vorgesehen ist und das Gerät als Feldgerät konzipiert wurde. Die hydraulischen Varianten des Laborkessels und des quasiunendlichen Kessels wurden nicht mit Realsubstrat untersucht.

In Abbildung 7.1 ist der verwendete Versuchsaufbau zu sehen.



Abbildung 7.1.: Versuchsaufbau zur Realsubstratmessung

### 7.1. Probenherkunft

Die Realsubstratmessungen erfolgten mit einer Probe aus einem Biogasfermenter, der landwirtschaftlich genutzt wird. Bei der Anlage handelt es sich um einen Trockenfermentationsanlage, die mit Ganzpflanzensilage (GPS) betrieben wird. Bei der eingesetzten Silage handelt es sich um Gerste. Die Substratprobe umfasst 60 l. Die Messung der Dichte führte zu einem Betrag von  $\rho = 866,15 \text{ kg/m}^3$ .

## 7.2. Erstellung des Viskositätsverlaufs

Die Auswertung der Probe erfolgt mit den vorgestellten Methoden. Dies sind die Verwendung des modifizierten Leistungskonzepts unter Ausnutzung des Vorfaktors  $C_0$  und die Anwendung der Metzner-Otto Größe. Sowohl der Proportionalitätsfaktor  $C_0$ , als auch der  $K_{MO}$ -Wert werden mit Hilfe der entsprechenden Regressionsfunktion errechnet. Die hierfür gefundenen Parameter können den Tabellen 5.10 und 6.6 entnommen werden. Da zu Beginn der Auswertung der Konsistenzfaktor  $k$  nicht bekannt ist, wird die Auswertung in einem iterativen Prozess wiederholt, bis  $C_0$  bzw.  $K_{MO}$  konvergieren. Die gemessene Kurve wird mit den maximal gemessenen Werten normiert um eine dimensionslose Darstellung zu erhalten. Die Versuche wurden mit der bewehrten und der unbewehrten Variante des PE-Fasses durchgeführt. Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit werden die Versuche mit neun Wiederholungen durchgeführt.

Die so erstellte Viskositätskurve für die bewehrte Variante kann Abbildung 7.2 entnommen werden. In Abbildung 7.2 ist neben dem Verlauf der normierten Viskosität in Abhängigkeit der Scherrate  $\dot{\gamma}$  die Auswertung des Verlaufs nach dem Gesetz von Ostwald de Waele und nach dem Gesetz von Herschel Bulkley angegeben.

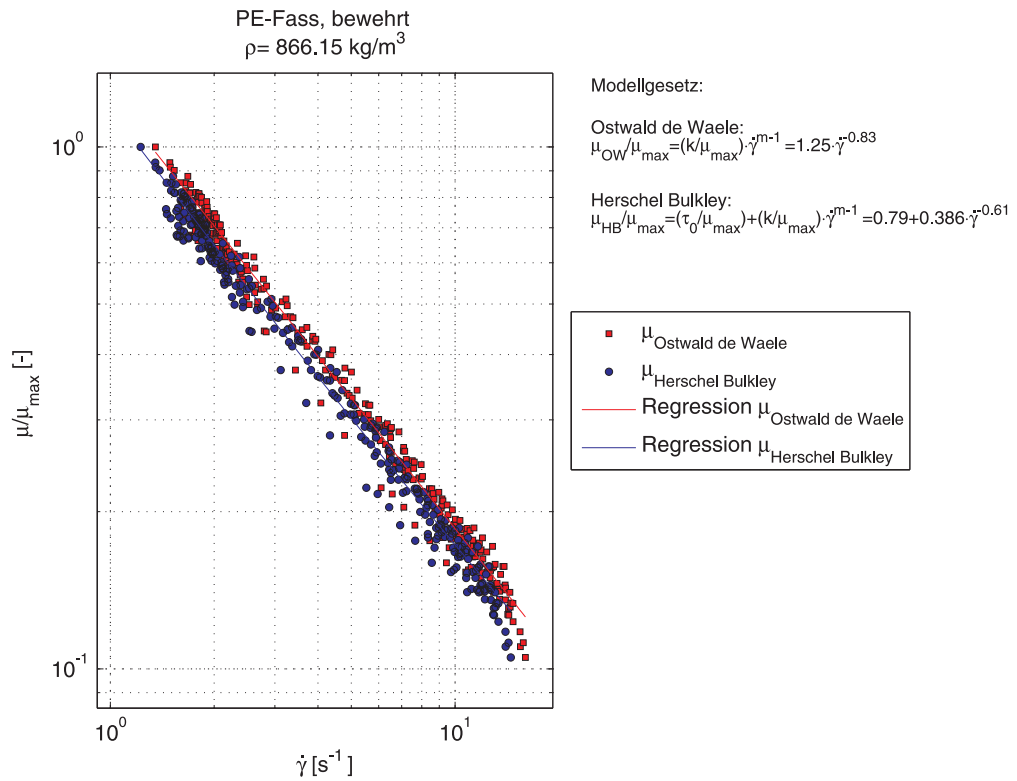


Abbildung 7.2.: Viskositätskurve der Realsubstratmessung mit der bewehrten Variante des PE-Fasses, Auswertung mit modifiziertem Leistungskonzept



Die Auswertung der unbewehrten Variante kann Abbildung 7.3 entnommen werden. In diesem Diagramm sind ebenfalls die Parameter der Modellgesetze nach Ostwald de Waele und Herschel Bulkley angegeben.

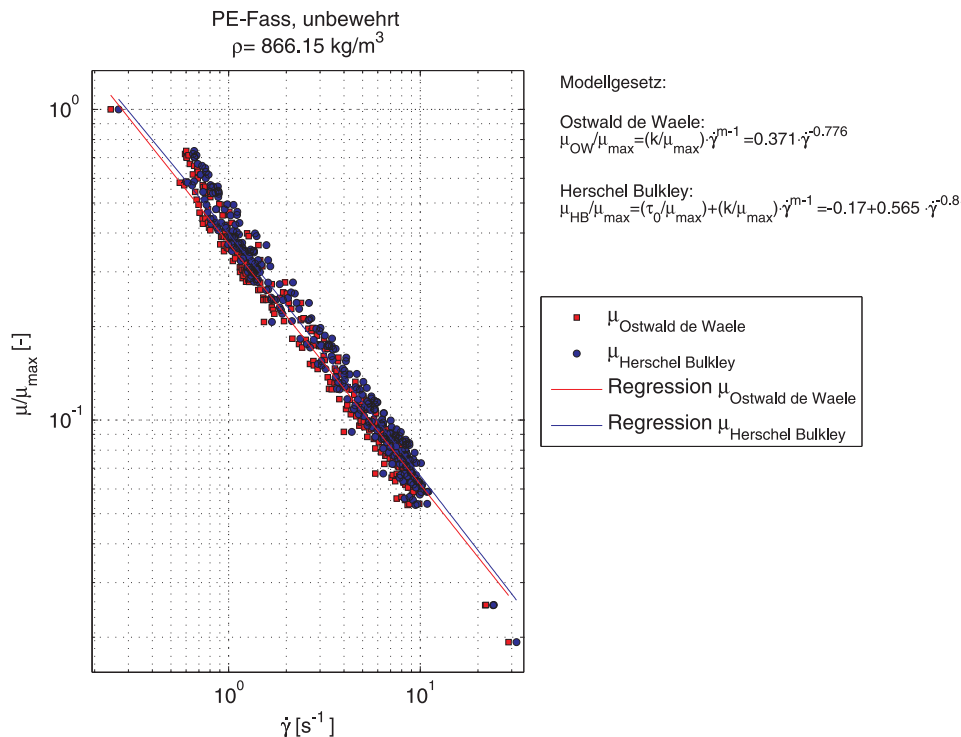


Abbildung 7.3.: Viskositätskurve der Realsubstratmessung mit der unbewehrten Variante des PE-Fasses, Auswertung mit modifiziertem Leistungskonzept

Die Viskositätskurven für beide hydraulische Varianten weisen einen charakteristischen strukturviskosen Verlauf auf. Im Zuge der Validierung des Verfahrens mit bekannten Medien hat sich das modifizierte Leistungskonzept als adäquat erwiesen. Daher kann hier davon ausgegangen werden, dass die Viskositätskurve, die mit dem in dieser Arbeit entwickelten Methode berechnet wurde, die Fließfunktion des Substrats am geeignetsten modelliert.

Als problematisch hat sich die Verzopfung des Propellers erwiesen. Aufgrund der geringen Drehzahlen, die nicht dem bestimmungsgemäßen Betrieb des Rührers entsprechen, verblieben Faseranteile des Substrats an der Propellergeometrie. Durch diesen Umstand kann sich die Kalibrierung der Hydraulik verändern und somit die Messergebnisse verfälschen.

## 8. Fehlerbetrachtung

Alle Messverfahren unterliegen zwangsläufig Fehlerquellen, die bei der Versuchsdurchführung auftreten. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde eine Vielzahl an Messgeräten und Verfahren verwendet. Daher soll in den folgenden Abschnitten eine Auflistung der Fehlerquellen vorgestellt werden.

### 8.1. Gültigkeit der theoretischen Grundlagen

In Kapitel 3 wurden die Verfahrensgrundlagen erläutert, die für den Betrieb des Propellerviskosimeters von Bedeutung sind. Wird das Propellerviskosimeter nicht im Rahmen der erforderlichen Randbedingungen eingesetzt, kann es zu Messfehlern kommen.

Die Leistungscharakteristik der Hydraulik ist von zentraler Bedeutung. Wird diese ohne Beachtung der Einflussgrößen auf die Leistungskurve bestimmt, oder wird eine hydraulische Komponente des Systems verändert, so sind die Ergebnisse nicht mehr vergleichbar. In der vorliegenden Arbeit wurde auf eine Einhaltung dieser Einflussgrößen geachtet. Weiterhin darf der turbulente Bereich zur Auswertung der Fließfunktion nicht verwendet werden.

Die durchgeführten Messungen beziehen sich auf Kalibrierungsmessungen, die zuvor mit Hilfe eines Rotationsviskosimeters durchgeführt wurden. Das Verfahren ist somit als indirektes Verfahren zu bezeichnen und hängt von der Genauigkeit des verwendeten Rotationsviskosimeters ab.

### 8.2. Fehler in der fertigungstechnischen Umsetzung der Konstruktion

Die erzielten Messergebnisse sind direkt an die Fertigungsgenauigkeit der verwendeten Versuchsapparatur gekoppelt. Zur Messung von Drehmoment und Drehzahl wird eine konzentrisch angeordnete Messkette verwendet. Etwaige Pass- und Lageungenauigkeiten, sowie Exzentrizität können Lagerkräfte verursachen, die die Messgrößen beeinflussen können.

### 8.3. Fehler in der experimentellen Versuchsdurchführung

Die Ermittlung der Leistungskurve erfolgt durch die Auswertung von Drehmoment und Drehzahl. Zur experimentellen Bestimmung beider Größen wird je nach erwarteter Viskosität ein Drehmomentaufnehmer der Firma ETH-Messtechnik GmbH verwendet. Die Sensoren, die zum Einsatz kommen sind vom Typ DRWPL-l-0,1-n bzw. Typ DRWPL-l-0,5-n. Die Berechnung des Drehmoments erfolgt über die anfallende Ausgangsspannung. Diese liegt zwischen 0 und 10 V. Der Spannungsverlauf der Ausgangsgröße kann als linear angenommen werden. Die Abweichungen von dieser Linearität können in Tabelle C.1

nachgelesen werden. In dieser Tabelle ist weiterhin der Hysteresefehler beider Sensoren hinterlegt.

Zur Temperaturmessung wird ein Widerstandsthermometer vom Typ PT100 eingesetzt. Eine Änderung der Fluidtemperatur führt zu einer Änderung des spezifischen Widerstands des Sensors. Die hierdurch resultierenden Spannungsänderungen entsprechen der Änderung der Temperatur. Durch den Stromfluss kann es zu einer Eigenerwärmung des Sensors kommen, die die Messergebnisse verfälschen könnte. Weiterhin hat die Länge der Verdrahtung Einfluss auf die Messung. Aus diesem Grund wird der PT100 in 4-Leitertechnik eingesetzt. Isolationsfehler und sogenannte parasitäre Thermospannungen können ausgeschlossen werden, da der verwendete PT100 über eine versiegelte Schutzhülle verfügt. Zur Auswertung der Spannungsänderung muss ein Messverstärker eingesetzt werden. Die Verbindungselemente zwischen Sensor und Messverstärker können als isotherm betrachtet werden. Das Auftreten von Thermospannungen in diesem Bereich muss nicht angenommen werden.

Die Dichte der untersuchten Medien wurde mit verschiedenen Aräometer und mit einer Präzisionsmesswaage bestimmt. Bei beiden Verfahren kann es zu Ablesefehlern kommen. Wird die Dichte mit einem Aräometer gemessen, wird ein Glaskolben in die Flüssigkeit eingebracht und die Eintauchtiefe des Glaskolbens an einer Skala abgelesen. Der abgelesene Wert entspricht der Dichte, da sowohl Gewicht, als auch Volumen des Glaskolbens bekannt sind. Der Ablesevorgang kann durch die verschiedenen Brechungsindizes von Luft und Glas verfälscht werden. Weiterhin ist die Skala des Glaskolbens diskret aufgetragen. In den seltensten Fällen kann der Wert punktgenau abgelesen werden. Wird die Dichtemessung mit Hilfe der Präzisionsmesswaage durchgeführt, wird ein repräsentatives Flüssigkeitsvolumen abgemessen und gewogen. Die Messgenauigkeit der verwendeten Präzisionswaage beträgt  $\pm 0,1 \text{ g}$ . Die Volumenbestimmung unterliegt einem Ablesefehler.

Die rheologischen Untersuchungen der Vergleichsmedien erfolgte mit einem Rheometer von Typ R/S plus Soft Solid der Firma Brookfield. Im Zuge eines Messvorgangs werden Drehmoment und Drehzahl gemessen. Diese werden anschließend numerisch verarbeitet. Bei beiden Vorgängen können Fehler entstehen. Da das Rotationsviskosimeter vom Searle-Typ ist, kann es zur Ausbildung von Taylor-Wirbeln kommen. Um dies auszuschließen, wurde jede Messung dahingehend überprüft. Ein weiterer Fehler, der im Rahmen der experimentellen Versuchsführung zu nennen ist, ist die Verzopfung der verwendeten Hydraulik. Durch die geringe Drehzahl und den stark inhomogenen Charakter des Substrates verzopfte der Propeller während der Realsubstratmessungen.

#### 8.4. Statistische Fehler

Während eines Messvorgangs kann es zu statistischen Fehlern kommen. Um diese Fehler zu minimieren, wurde eine Messung über einen geeignet gewählten Zeitraum durchgeführt. Jede der durchgeführten Messungen wurde durch Wiederholungsmessungen auf Wiederholbarkeit untersucht. Soweit nicht anders in den jeweiligen Kapiteln angegeben, wurden zwischen zehn und 15 Wiederholungsmessungen erstellt. Zu jeder Messung wurde eine statistische Auswertung vorgenommen.

#### 8.5. Fehler in der numerischen Versuchsdurchführung

Numerische Strömungsberechnungen unterliegen verfahrenseigenen Fehlern. Diese Fehler ergeben sich zunächst durch die Diskretisierung des Kontrollraums. Diese erfolgt für die angewendeten Verfahren durch den Einsatz eines Rechengitters. Das Rechengitter besteht aus diskreten Volumen und kann die reale Geometrie somit nur annähern.

Weiterhin entstehen Fehler durch die iterative Übergabe der berechneten Strömungsgrößen. Werden viele Iterationen benötigt, kann so ein Rundungsfehler entstehen, da diskrete Werte nur mit begrenzter Stellenanzahl gespeichert werden können.

Eine weitere Fehlerquelle stellt die Modellierung der Turbulenz dar. Da eine direkte Berechnung aller Strömungsvorgänge in einem Strömungsgebiet aufgrund der benötigten Speicherleistung mit der vorhandenen Rechnerstruktur nicht umsetzbar ist, ist es nötig die Turbulenz durch sogenannte Turbulenzmodelle zu berechnen. Hierbei handelt es sich meist um statistische Modelle, die sich auf empirisch ermittelte Werte stützen.

Die numerischen Untersuchungen, die für die Entwicklung des Propellerviskosimeters benötigt wurden, gliedern sich in zwei Abschnitte. Zuerst wurde eine Vorauslegung durchgeführt, um den benötigten Drehmomentsensor zu dimensionieren. Im Anschluss an die Ermittlung der Messergebnisse wurde eine zweite Versuchsreihe gestartet, um diese zu bestätigen. Die Simulationen der Erstausslegung wurden mit Tetraederelementen durchgeführt. Diese sind bei gleicher Anzahl, gemessen an Hexaederelementen, numerisch ungenauer. Daher wird die numerischen Berechnungen der gesamten Versuchskonfiguration mit Hexaederelementen durchgeführt. Bei der Durchführung der numerischen Untersuchungen ist zu erwähnen, dass die Berechnungen der laminaren Strömungszustände in single precision durchgeführt wurden, da die benötigte Iterationszahl gering war und keine turbulenten Größen berechnet werden mussten. Eine Vergleichsrechnung in double precision bestätigt die Zulässigkeit dieser Vorgehensweise. Die Berechnungen der turbulenten Strömungszustände hingegen wurden wegen der höheren Anzahl an Iterationen und Gleichungen in double precision ausgeführt, um den Rundungsfehler zu minimieren.

## 9. Zusammenfassung und Ausblick

### 9.1. Zusammenfassung

In der vorliegende Arbeit wurde ein von einer Spaltströmung unabhängiges Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe die Fließfunktion der Substrate der Biogasapplikationen sowie ähnlicher Medien bestimmt werden kann.

Statt der konventionellen Auswertung des Geschwindigkeitsgradienten, wird ein Prinzip vorgestellt, die Fließfunktion mittels der an einem Rührwerk benötigten Leistung zu bestimmen. Hierzu wird eine Dimensionsanalyse durchgeführt, um die charakteristischen Kennzahlen zu bilden. Diese Kennzahlen konnten für den laminaren Bereich eines Propellerrührers auf die Reynolds- und die Newton-Zahl reduziert werden. Diese beiden Kenngrößen beschreiben den Leistungscharakter eines Rührorgans.

Die Auslegung von Rührwerken, die in nicht-Newtonschen Medien betrieben werden, erfolgt häufig mit Hilfe der Verfahren von Rieger und Novak und von Metzner und Otto. Diese Verfahren ermöglichen eine Aussage über die benötigte Leistung, wenn die rheologischen Eigenschaften des Mediums bekannt sind. Im Rahmen dieser Arbeit werden diese Verfahren daher eingesetzt, um bei bekannter Leistung eine Aussage über die rheologischen Eigenschaften des zu untersuchenden Mediums zu treffen. Das Konzept von Metzner und Otto wird außerdem zu einem modifizierten Leistungskonzept weiterentwickelt.

Basierend auf diesen Verfahren wird eine Versuchsanlage entwickelt. Als Rührorgan wird ein skalierter Propeller verwendet, der in der Biogastechnik eingesetzt wird. Der Versuchsaufbau ermöglicht den Betrieb des entwickelten Propeller-Viskosimeters mit drei verschiedenen Rührkesseln, die optional in bewehrter Ausführung betrieben werden können. Die vorgesehenen Kessel sind ein durchsichtiger PMMA-Kessel der visuelle Beobachtungen ermöglicht, ein widerstandsfähiges PE-Fass für den Feldeinsatz, sowie die Fermenter und Rührkessel einer Anlage. Letztere werden als quasiunendliche Kessel betrachtet, da der Durchmesser eines Fermenters sehr viel größer ist, als das zur Messung eingesetzte Rührorgan.

Der PMMA-Kessel, sowie das PE-Fass werden gemäß der Verfahren von Rieger und Novak, sowie Metzner und Otto kalibriert. Der quasiunendliche Kessel steht aufgrund der Dimensionen für eine experimentelle Untersuchung nicht zur Verfügung. Diese Kesselvariante wird mittels numerischer Untersuchungen kalibriert und somit für den Messvorgang zur Verfügung gestellt.

Die numerischen Berechnungen werden zunächst anhand der im Labor betrachteten Hydraulikvarianten auf ihre Brauchbarkeit untersucht und anschließend auf den quasiunendlichen Kessel angewendet. Diese Ergebnisse sind für den Newtonschen Fall vielversprechend, da die Messergebnisse in sehr guter Genauigkeit bestätigt werden konnten.

Die Durchführung der nicht-Newtonschen Medien ist allerdings nur für solche Medien erfolgreich verlaufen, die einen geringen nicht-Newtonschen Charakter aufwiesen. Durch Einschränkung der Untersuchungen auf Reynolds-Zahlen kleiner 10 und Einführung des erweiterten Leistungskonzepts konnten auch diese Untersuchungen erfolgreich durchgeführt werden.

Abschließend wurde mit der Hydraulik des PE-Fasses eine Messung mit Realsubstraten durchgeführt. Diese Messungen verliefen erfolgreich.

## 9.2. Ausblick

Da sich das Propellerviskosimeter im Zuge der Arbeit als adäquates Verfahren zur Bestimmung der Fließfunktion inhomogener Medien herausgestellt hat, ist eine weitere Optimierung des Verfahrens zu empfehlen. Für den Feldbetrieb ist eine zusätzliche konstruktive Anpassung als vorteilhaft zu bewerten. Um die Messungen korrekt durchzuführen, ist eine konstante Füllhöhe von großer Bedeutung. Diese wurde im Experiment mit großem Aufwand eingehalten. Für den Feldeinsatz ist dies jedoch nicht praktikabel. Die Messungen mit Realsubstrat zeigten weiterhin ein Problem des Verfahrens bei Verwendung komplexer Rührorgane auf. Der Propeller ist auf höhere Drehzahlen ausgelegt. Das Rührorgan neigt in Folge des nicht bestimmungsgemäßen Betriebs des Propellers zur Verzapfung. Es bietet sich daher an, weitere Untersuchungen mit geometrisch einfachen Formen durchzuführen.

Das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren sollte in weiteren Untersuchungen auf seine Übertragbarkeit in den turbulenten Bereich untersucht werden. Hierzu wären weitere Versuche mit höheren Reynolds-Zahlen und Korrelationen mit dem vorgestellten Verfahren notwendig. Mit Hilfe des modifizierten Leistungskonzepts könnten Rührwerke bereits in ihrer Auslegungsphase auf die benötigte Leistung in Abhängigkeit des Fluids untersucht werden.

Neben der Weiterentwicklung des Verfahrens wird empfohlen, einen Katalog der in Biogasanlagen eingesetzten Substrate zu erstellen. Mit einem solchen Substratkatalog kann der Auslegungsprozess von Rührwerken, die in Biogasapplikationen eingesetzt werden, optimiert werden.

## Literaturverzeichnis

- [1] Martin KALTSCHMITT and Hans HARTMANN. *Energie aus Biomasse - Grundlagen, Techniken und Verfahren*. Springer, 2001.
- [2] Heinz SCHULZ. *Biogas Praxis - Grundlagen Planung Anlagenbau Beispiele*. Ökobuch, Staufen bei Freiburg, 1996.
- [3] *Handbuch der Rührtechnik*. EKATO Rühr- und Mischtechnik GmbH, 1990.
- [4] Matthias KRAUME. *Mischen und Rühren - Grundlagen und moderne Verfahren*. Wiley-VCH, Weinheim, 2003.
- [5] Shinji NAGATA. *Mixing - Principles and applications*. Kodansha LTD., 1975.
- [6] G. BÖHME. Consistent scale-up procedure for the power consumption in agitated non-newtonian fluids. *Chemical Engineering & Technology*, 11:199–205, 1988.
- [7] Achim KNOCH. Einfluß des nicht-newtonschen Fließverhaltens auf die charakteristischen Größen eines Rührprozesses. *Chemie Ingenieur Technik*, 69(10):1426–1432, Oktober 1997.
- [8] F. RIEGER and V. NOVAK. Scale-up method for power consumption of agitators in the creeping flow regime. *Chemical Engineering Science*, 27:39–44, 1971.
- [9] Karl MAGNUSSON. Effektbehovets beroende av den effektiva veiskositeten vid omrörig av strukturviskösa vätskor. *IVA*, 2:86–91, 1952.
- [10] F. RIEGER and V. NOVAK. Power consumption scale-up in agitating non-newtonian fluids. *Chemical Engineering Science*, 29:2229–2234, 1974.
- [11] J. V. KELKAR and J. MASHELKAR, R. A. abd ULBRECHT. Scale-up method for the power consumption of agitators in the creeping flow regime. *Chemical Engineering Science*, 28:664–668, 1973.
- [12] J.V. KELKAR, R.A. MASHELKAR, and J. ULBRECHT. On the rotational viscoelastic flows around simple bodies and agitators. *Trans. Instn Chem. Engrs*, 50:343–352, 1972.
- [13] J.H. RUSHTON, E.W. COSTICH, and H.J. EVERETT. Power characteristics of mixing implellers. *Chemical Engineering Progress*, 46(8):395–404, 467–476, August 1950.
- [14] A. B. METZNER and R. E. OTTO. Agitation of non-newtonian fluids. *A.I.Ch.E. Journal*, 3(1):3–10, March 1957.

- [15] A. B. METZNER and J. S. TAYLOR. Flow patterns in agitated vessels. *AIChE Journal*, 6(1):109–114, March 1960.
- [16] A. B. METZNER, R. H. FEEHS, H.L. RAMOS, R. E. OTTO, and J. D. TUTHILL. Agitation of viscous newtonian and non-newtonian fluids. *A.I.Ch.E. Journal*, 7(1):3–9, March 1961.
- [17] H. BLASINSKI and E. RZYNSKI. Mixing of non-newtonian fluids with turbine, propeller, and paddle agitators. *International Chemical Engineering*, 16(4):751–754, 1976.
- [18] J. ULBRECHT and K. WICHTERLE. Schnell laufende Rührwerke bei laminarer Strömung. *Chemie Ingenieur Technik*, 39(11):656–658, 1967.
- [19] Juri PAWLOWSKI. Prozessbeziehungen bei nicht newtonschen Stoffen - Kritik des Metzner-Otto-Konzeptes. *Chemie Ingenieur Technik*, 76(7):910–914, Februar 2004.
- [20] E. S. GODLESKI and J. C. SMITH. Power requirements and blend times in the agitation of pseudoplastic fluids. *AIChE Journal*, 8(5):617–620, 1962.
- [21] P. A. TANGUY, F. THIBAUT, and E. Brito De la FUENTE. A new investigation of the metzner-otto concept for anchor mixing impellers. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 74(2):222–228, April 1996.
- [22] K. WICHTERLE, J. PROSCARONKOVA, and J. ULBRECHT. Schnell laufende Rührwerke bei laminarer Strömung. Teil II: Simulation des mechanischen Rührens durch einen rotierenden niedrigen Zylinder. *Chem. Ing. Techn.*, 43(15):867–870, 1971.
- [23] P.H. CALDERBANK and M.B. MOO-YOUNG. The prediction of power consumption in the agitation of non-newtonian fluids. *Trans. Instn Chem. Engrs*, 37:26–33, 1959.
- [24] J. BERTRAND and J.P. COUDERC. Agitation de fluides pseudoplastiques par un agtateur bipale. *TheCanadian Journal of chemical engineering*, 60:738–747, Dezember 1982.
- [25] P. SCHÜMMER. Untersuchungen über das Rühren viskoelastischer Flüssigkeiten im laminaren Bereich. *Chem. Ing. Techn.*, 41:1156–1163, 1969.
- [26] J.M DUCLA, H. DESPLANCHES, and J.L. CHEVALIER. Effective viscosity of non-newtonian fluids in a mechanically stirred tank. *Chemical Engineering Communications*, 21(1-3):29–36, 1983.



- [27] S. Murthy SHEKAR and S. JAYANTI. Mixing of power-law fluids using anchors: Metzner-otto concept revisited. *AIChE Journal*, 49(1):30–40, 2003.
- [28] D.W. DODGE and A.B. METZNER. Turbulent flow of non-newtonian systems. *A.I.Ch.E. Journal*, 5(2):189–204, June 1959.
- [29] D.O.A. CRUZ and F.T. PINHO. Turbulent pipe flow predictions with a low reynolds number k- $\epsilon$  model for drag reducting fluids. *Journal of non-Newtonian Fluid Mechanics*, 114:109–148, 2003.
- [30] M. RUDMAN, H.M. BLACKBURN, L.J.W. GRAHAM, and L. PULLUM. Turbulent pipe flow of shear-thinning fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 118:33–48, 2004.
- [31] T. VAITHIANATHAN and L.R. COLLINS. Numerical approach to simulating turbulent flow of a viscoelastic polymer solution. *Journal of Computational Physics*, 187:1–21, 2003.
- [32] T. HENNING, J. GRÄN-HEEDFELD, and G. DEERBERG. Simulation der Strömung in Fermentern von Biogasanlagen. *Chemie Ingenieur Technik*, 79(5):643–650, May 2007.
- [33] A.R. PASCHEDAG, V. KASSERA, and R. SPERLING. Aktuelle Entwicklungen in der CFD für gerührte Systeme. *Chemie Ingenieur Technik*, 79(7):983–999, 2007.
- [34] Binxin WU and CHEN Shulin. Cfd simulation of non-newtonian fluid flow in anaerobic digesters. *Biotechnology and Bioengineering*, 99(3):700–711, February 2008.
- [35] Byung-Hwan UM and T.R. HANLEY. A cfd model for predicting the flow patterns of viscous fluids in bioreactors under various operating conditions. *The Korean journal of chemical engineering*, 25(5):1094–1102, 2008.
- [36] Markus REINER. *Rheologie in elementarer Darstellung*. Carl Hanser Verlag, 1968.
- [37] G. BÖHME. *Strömungsmechanik nicht-newtonscher Fluide*. Teubner, Stuttgart, 1981.
- [38] Lutz URBAN. Erstellung eines Katalogs der rheologischen Eigenschaften von Klärschlämmen der kommunalen Abwasserbehandlung. Abschlussbericht des Forschungsvorhabens KSB-Stiftungs-Nr. 1242, TU Kaiserslautern, 2004.
- [39] Lutz URBAN. *Methode zur Auswahl von Rührwerken für klärtechnische Mischbecken*. Phd-thesis, Technische Universität Kaiserslautern, 2008.
- [40] K. WIEGHARDT. *Strömungslehre*. Teubner, 1974.

- [41] Fritz EBERT. *Strömung nicht-Newtonscher Medien*. Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden, 1980.
- [42] H. GIESEKUS. *Phänomenologische Rheologie*. Springer, 1994.
- [43] G. BÖHME. *Strömungsmechanik nichtnewtonscher Fluide*. Teubner, Stuttgart, 2000.
- [44] F. RIEGER and V. NOVAK. Power consumption of agitators in highly viscous non-newtonian liquids. *Trans. Instn Chem. Engrs*, 51:105–111, 1973.
- [45] H.-J. HENZLER and J. KAULING. Scale-up of mass transfer in highly viscous liquids. In *Fifth European Conference on Mixing*, pages 303–312, Würzburg, June 1985.
- [46] Hans-Jürgen HENZLER. Auslegung von Rührfermentern Berücksichtigung der nicht-Newtonschen Eigenschaften von Fermentationslösungen. *Chemie Ingenieur Technik*, 79(7):951 – 965, April 2007.
- [47] Verein Deutscher Ingenieure VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (GCV). *VDI-Wärmeatlas*. VDI-Verlag, 1988.

#### zitierte Normen

- DIN 1342: Viskosität
- DIN 13342: Nicht-newtonsche Flüssigkeiten, Begriffe, Stoffgesetze
- DIN 51550: Bestimmung der Viskosität
- DIN 51757: Bestimmung der Dichte
- DIN 53018: Messung der dynamischen Viskosität newtonscher Flüssigkeiten mit Rotationsviskosimetern, Teil 1,2
- DIN 53019: Messung von Viskositäten und Fließkurven mit Rotationsviskosimetern und Standardgeometrie
- DIN 53214: Bestimmung der Fließkurven und Viskositäten mit Rotationsviskosimetern
- DIN 53217: Bestimmung der Dichte, Teil 1-5

## A. Exemplarische Bestimmung von $C_0$ am Beispiel eines Zylinders

Allgemein gilt für die hydraulische Leistung infolge der Reibung und der Druckunterschiede an einem beliebigen Rührorgan in einer beliebigen Strömung der Zusammenhang nach Gleichung (A.1).

$$P_{hyd} = \int_A (\mathbf{T} + p \cdot \mathbf{E}) \cdot \vec{v} d\vec{A} \quad (\text{A.1})$$

Wird eine zweidimensionale und stationäre Schichtenströmung sowohl für den aktuellen Zeitpunkt, als auch für die Geschichte vorausgesetzt, die für das Fluid relevant ist, so vereinfacht sich der Spannungstensor  $\mathbf{T}$  zu Gleichung (A.2).

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} N_1(\dot{\gamma}) + N_2(\dot{\gamma}) & \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & 0 \\ \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & N_2(\dot{\gamma}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Da in der exemplarischen Berechnung des Geometriebeiwertes für einen Zylinder die Geschwindigkeitskomponenten deutlich vereinfacht werden können, wird mit Gleichung (A.3) der Geschwindigkeitsvektor eingeführt. Hierin sind  $r_0$  der Radius des Zylinders und  $n$  dessen Drehzahl. Zur Darstellung des Geschwindigkeitsvektors wird auf ein Zylinderkoordinatensystem zurückgegriffen. Abbildung A.1 zeigt den betrachteten Zylinder.

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_r \\ v_\varphi \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi n r_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

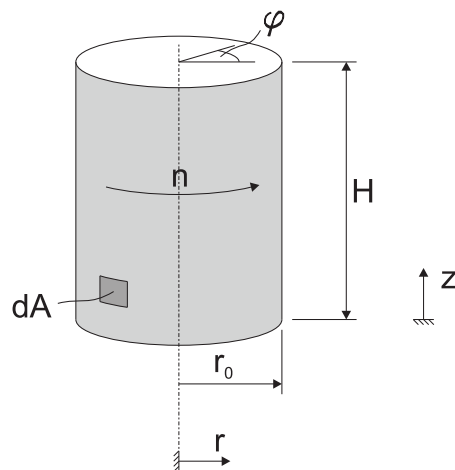


Abbildung A.1.: exemplarischer Zylinder

Zusammen mit den Gleichungen (A.2) und (A.3) kann Gleichung (A.1) wie folgt dargestellt werden:

$$P_{hyd} = \int_A \begin{bmatrix} N_1(\dot{\gamma}) + N_2(\dot{\gamma}) + p & \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & 0 \\ \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} & N_2(\dot{\gamma}) + p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi n r_0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{e}_r \cdot d\vec{A} \quad (\text{A.4})$$

In Gleichung (A.4) wird ausschließlich die Mantelfläche des Zylinders berücksichtigt. Die Grund- und Deckfläche werden vernachlässigt. Aus diesem Grund lässt sich das Flächenelement  $d\vec{A}$  auf den Ausdruck  $d\vec{A} = \vec{e}_r \cdot dA$  reduzieren.

Nach Kelkar et al. [11] haben elastische Effekte im Bereich der schleichenden Strömung eine nur untergeordnete Bedeutung. Unter Vernachlässigung der Normalspannungseffekte und des Drucks aus Symmetriegründen lässt sich die hydraulische Leistung am Rührorgan durch Gleichung (A.5) ausdrücken.

$$\begin{aligned} P_{hyd} &= \int_A \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \cdot 2\pi n r_0 dA \\ &= \int_z \int_\varphi \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \cdot 2\pi n r_0 r_0 d\varphi dz \quad \text{mit } z \in [0, H], \varphi \in [0, 2\pi] \\ &= \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \cdot 4\pi^2 r_0^2 H \cdot n \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Der Parameter  $H$  spiegelt die Höhe des Zylinders wieder.

Mit der Einführung der Ne-Zahl gemäß Gleichung (A.6) und der effektiven Re-Zahl nach Gleichung (A.7),

$$Ne = \frac{P}{\rho n^3 (2r_0)^5} \quad (\text{A.6})$$

$$Re = \frac{\rho n (2r_0)^2}{\mu(\dot{\gamma})} \quad (\text{A.7})$$

kann Gleichung (A.5) zu Gleichung (A.8) umgeformt werden.

$$\dot{\gamma} = \underbrace{\frac{2r_0}{\pi^2 H} \cdot Re \cdot Ne}_{C=f(Re, Ne, Geometrie)} \cdot n \quad (\text{A.8})$$

Damit kann der eingeführte Geometrieparameter  $C_0$  für einen rotierenden Zylinder unter viskosimetrischen Bedingungen nach Gleichung (A.9) angegeben werden.

$$C_0 = \frac{2r_0}{\pi^2 H} \quad (\text{A.9})$$

## B. Im Vorfeld durchgeführte numerische Untersuchung

Die im Vorfeld durchgeführten numerischen Untersuchungen dienten der Dimensionierung des benötigten Drehmomentsensors. Hierzu wurde ein Rechengitter erstellt, das das Strömungsgebiet in geringer Auflösung diskretisiert.

In den Voruntersuchungen wurden ein bewehrter und ein unbewehrter zylindrischer Kessel untersucht. Der Kessel wurde mit den Abmaßen  $D = 450\text{ mm}$  und  $H = 650\text{ mm}$  gewählt. Das verwendete Rührorgan entspricht der in dieser Arbeit verwendeten Propellerhydraulik. Der Durchmesser des Propellers beträgt in der Voruntersuchung ebenfalls  $d = 172,3\text{ mm}$ . Das Rechengitter, das für das Rührorgan erstellt wurde, beinhaltet 723.994 Tetraeder-, bzw. Pyramidenelemente. Der Kessel wurde mit 860.428 Hexaederelementen diskretisiert. Insgesamt besteht das Rechenggebiet aus 1.604.134 Elementen.

Die geometrischen Randbedingungen entsprechen weitestgehend den in Kapitel 6 gewählten Einstellungen. Die Drehzahl des Propellers wurde in der Voruntersuchung durch das Intervall  $n = [1...200]\text{ min}^{-1}$  gegeben. Insgesamt wurden 13 verschiedene Drehzahlen innerhalb des Intervalls gewählt. Das verwendete Modellmedium wird durch eine Dichte von  $\rho = 998,3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  und eine dynamische Viskosität von  $\mu = 0,88\text{ Pa}\cdot\text{s}$  charakterisiert. In der folgenden Abbildung sind die Ergebnisse der Untersuchungen dargestellt. Zu sehen ist der Verlauf des Drehmoments in Abhängigkeit der Drehzahl. Es sind sowohl die Ergebnisse der bewehrten, als auch der unbewehrten Untersuchungen dargestellt.

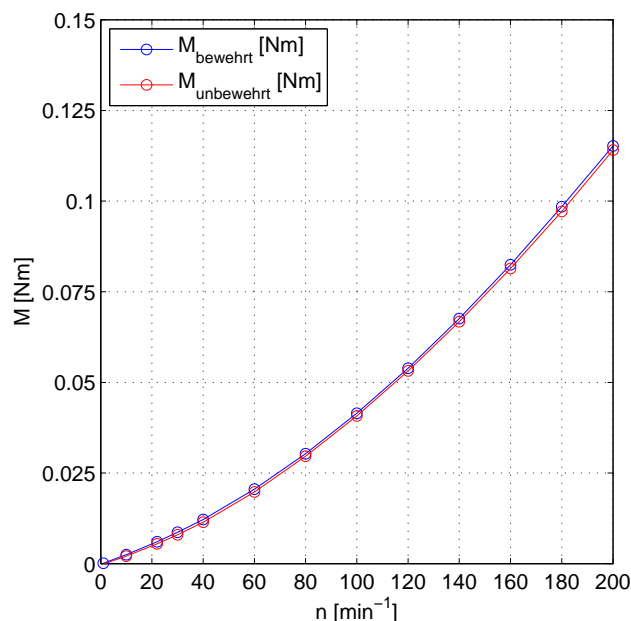


Abbildung B.1.: Ergebnisse der Vorauslegung zur Dimensionierung der Sensorik

Die auftretenden Drehmomente erreichen Maximalwerte von etwa  $0,12 \text{ Nm}$ . In der Voruntersuchung wurde davon ausgegangen, dass die auftretenden Kräfte während des Messbetriebs im laminaren Bereich in dieser Größenordnung zu finden sind. Daher wurde ein Sensor gewählt, dessen Messbereich im Intervall von  $M = [0 \dots 0,1] \text{ Nm}$  liegt. Um sicherzustellen, dass das Propellerviskosimeter ebenfalls einsatzfähig ist, wenn dieser Bereich überschritten wird, wird ein weiterer, baugleicher Sensor gewählt, dessen Messbereich das Intervall  $M = [0 \dots 0,5] \text{ Nm}$  abdeckt.

## C. Daten der verwendeten Messtechnik

In den nachfolgenden Tabellen sind die wichtigsten Daten der Sensoren zusammengefasst, die bei der Entwicklung des Propellerviskosimeters Verwendung finden. Diese sind die Drehmomentmesswellen  $DRWPL-I-0,1-n$  und  $DRWPL-I-0,5-n$ , sowie ein Temperatursensor vom Typ  $Pt100$ . Weiterhin sind die technischen Daten des verwendeten Schrittmotors angegeben. Auf die Daten der verwendeten Messumformer wird nicht eingegangen.

	DRWPL-I-0,1-n	DRWPL-I-0,5-n
Nennmoment [ $Nm$ ]	0,1	0,5
max. Drehzahl $1/min$	10000	
Speisespannung [ $V$ ]	$12 \pm 10\%$	
Spannungsausgang [ $V$ ]	$0.. \pm 10V$	
Restwelligkeit [ $mVSS$ ]	< 100	
Hysteresefehler [%]	0,09	0,03
Linearitätsfehler [%]	0,07	
max. Messfehler [%]	0,1, bezogen auf den Endwert	
Temperaturfehler [%/ $K$ ]	0,02	
Schutzart	IP67	
Drehzahlausgang	5V, Open Collector	
Impulse/Drehung	60	

Tabelle C.1.: technische Daten der verwendeten Drehmomentmesswellen

Typ	Messbereich [ $^{\circ}C$ ]	Bemerkungen
PT100	-50..250	Toleranzklasse A, 4-adrige Ausführung

Tabelle C.2.: technische Daten des verwendeten Temperatursensors

Motorspannung [ $V$ ]	24
max. Motordrehzahl [ $min^{-1}$ ]	6000
max. Abtriebsdrehzahl [ $min^{-1}$ ]	50
Übersetzung	120 : 1
max. Drehmoment $T_{zul}$ [ $Nm$ ]	1,6
$\eta_{Getriebe}$ [%]	70

Tabelle C.3.: technische Daten des verwendeten Motors





## D. Newtonsche Leistungscharakteristika

In diesem Kapitel wird der charakteristische Leistungsbedarf der betrachteten Hydraulikvarianten zusammengefasst. Die Diagramme beinhalten die Ergebnisse der Messungen mit den verschiedenen Newtonschen Vergleichsmedien, die zusammen die Leistungscharakteristik ergeben. Die Eigenschaften der Vergleichsmedien können Tabelle 5.1 entnommen werden. Neben den Messergebnissen, sind die numerisch ermittelten Leistungsdaten in den Abbildungen dargestellt. Diese geben in guter Genauigkeit die gemessenen Werte wieder. Die Leistungskurven werden durch einen Potenzansatz approximiert. Im Fall der Hydraulikvarianten 001a bis 001d erfolgt die Approximation auf der Grundlage der experimentell ermittelten Daten. Die Varianten des quasiunendlichen Kessels konnten im Experiment nicht durchgeführt werden. Die Bestimmung der Leistungskurve und die anschließende Approximation erfolgen daher mit Hilfe numerisch ermittelter Größen. Die bewehrten Hydraulikvarianten sind in den Abbildungen links dargestellt. Die Varianten ohne Bewehrung sind im rechten Diagramm wiedergegeben. Die Parameter der Regressionsfunktion sind jeweils tabellarisch angegeben.

### D.1. Leistungscharakteristik des Rührorgans im PE-Fass

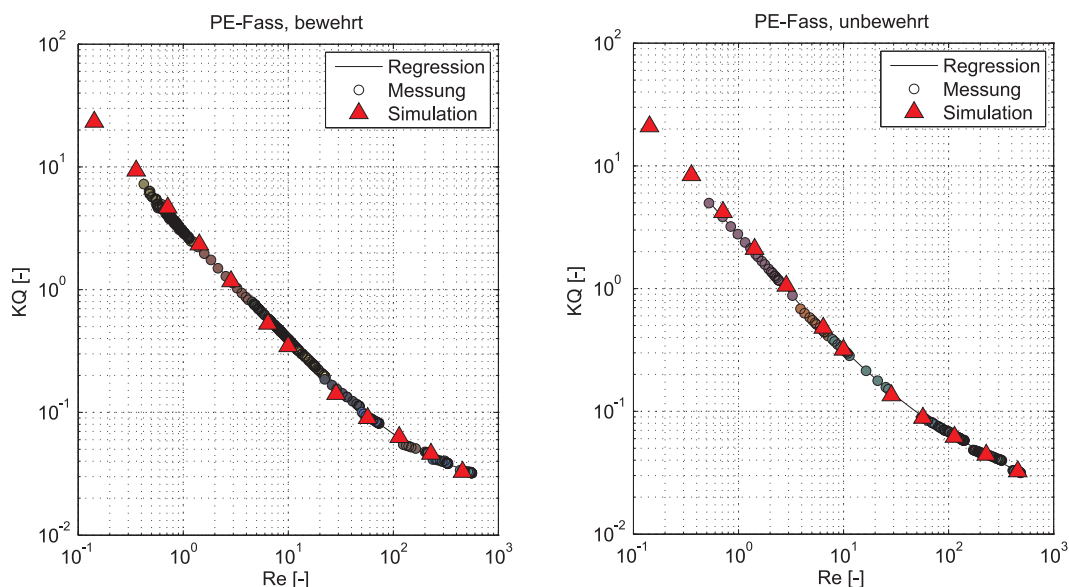


Abbildung D.1.: Leistungskurve aufgenommen im PE-Fass, Messwerte experimentell und numerisch ermittelt

	001a			001b		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Regression1	0,946	2,034	−1,283	−0,023	2,764	−0,954
Regression2	−0,009	2,944	−0,863	0,029	2,202	−0,883
Regression3	0,025	3,245	−0,945	0,015	1,440	−0,714

Tabelle D.1.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001a und 001b

## D.2. Leistungscharakteristik des Rührorgans im Laborkessel

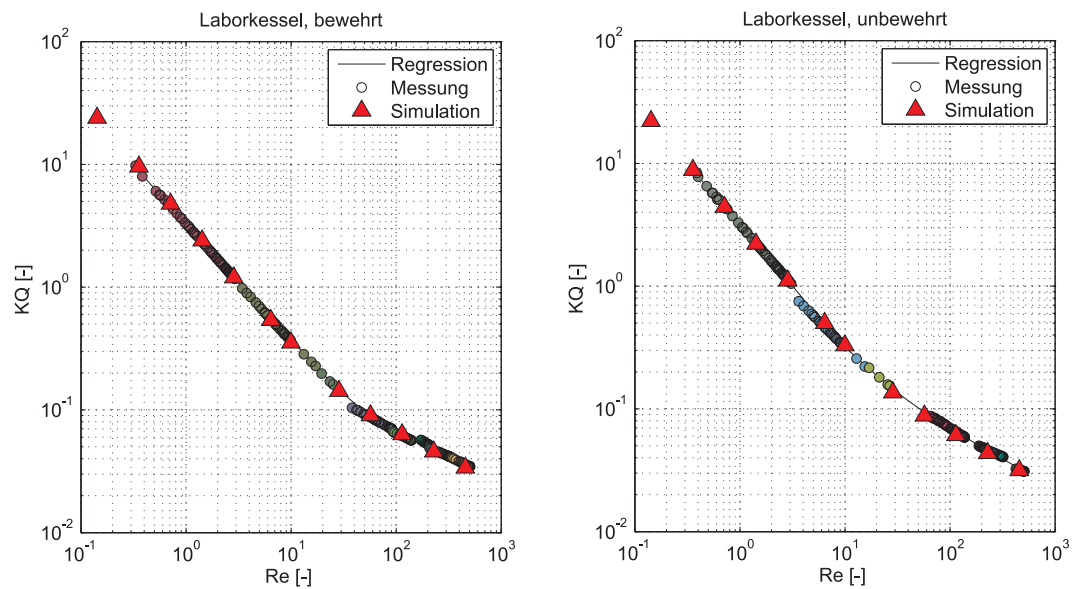


Abbildung D.2.: Leistungskurve aufgenommen im Laborkessel, Messwerte experimentell und numerisch ermittelt

	001c			001d		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Regression1	−0,014	3,294	−0,953	−0,057	3,245	−0,970
Regression2	0,038	3,729	−1,058	0,035	2,249	−0,899
Regression3	0,017	2,022	−0,766	0,006	0,890	−0,572

Tabelle D.2.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001c und 001d

### D.3. Leistungskarakteristik des Rührorgans im quasiunendlichen Kessel

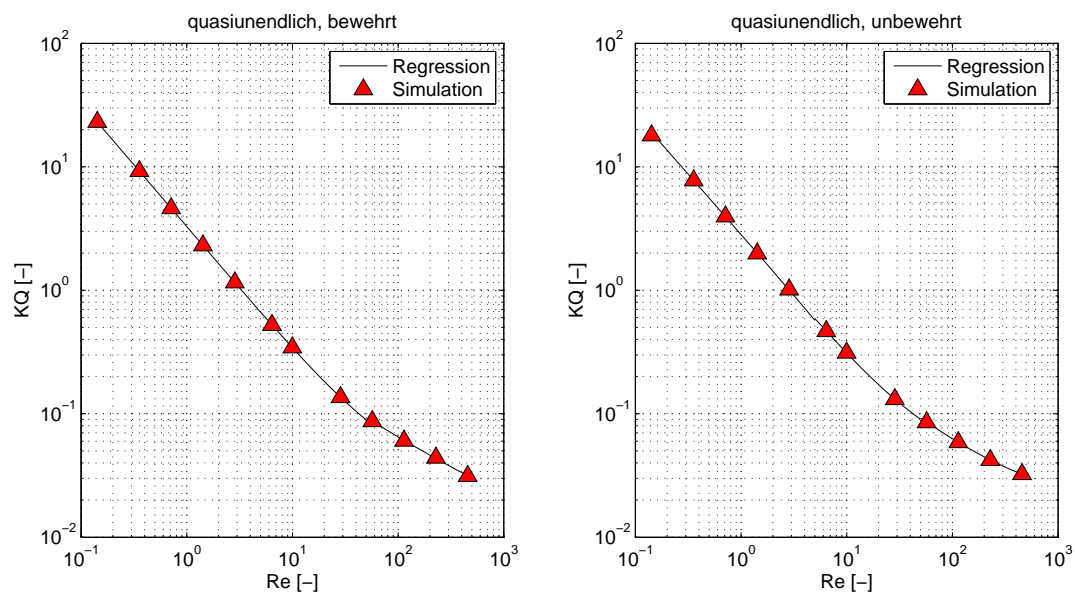


Abbildung D.3.: Leistungskurve aufgenommen im quasiunendlichen Kessel, Messwerte numerisch ermittelt

	001e			001f		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Regression1	0,009	3,278	−1,001	−0,027	2,859	−0,971
Regression2	0,028	3,285	−1,019	0,037	2,825	−1,014
Regression3	0,007	0,778	−0,562	0,017	1,203	−0,708

Tabelle D.3.: Parameter der Regressionsansätze, Variante 001e und 001f



## E. Ergebnisse der Kalibrierung mit nicht-Newtonschen Medien

### E.1. Verlauf der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$

In den folgenden Abbildungen sind die Ergebnisse der Kalibrierung mit nicht-Newton-schen Medien dargestellt. In jeder Abbildung sind die experimentellen und numerischen Ergebnisse illustriert. In der linken Darstellung ist jeweils die bewehrte Variante zu sehen, in der rechten die unbewehrte. Zur Auswertung wurde das Gesetz von Ostwald de Waele verwendet. Die Auswertung wurde ebenfalls mit dem Herschel Bulkley Gesetz durchgeführt. Diese wird hier nicht dargestellt, da die Abweichungen nur gering sind.

#### E.1.1. Nicht-Newtonsche Kalibriermessungen im PE-Fass

In diesem Abschnitt sind die Ergebnisse zum PE-Fass zusammengefasst.

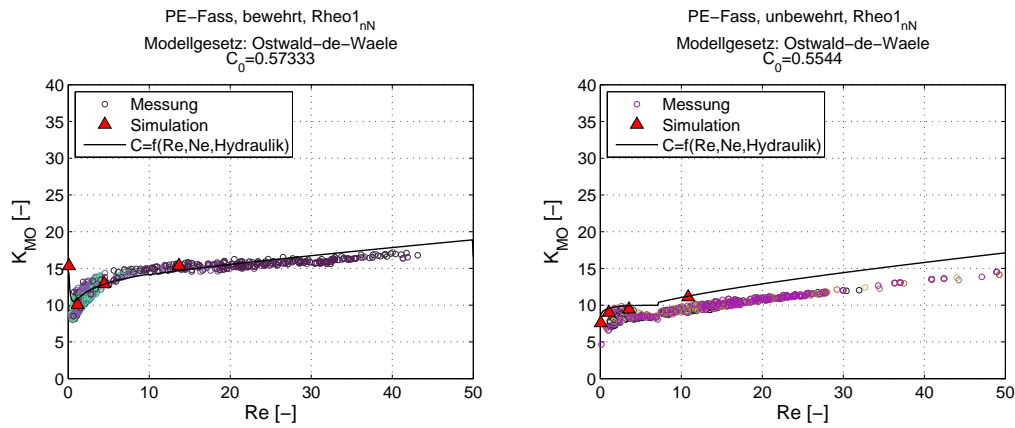


Abbildung E.1.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo1_{nN}$ , PE-Fass

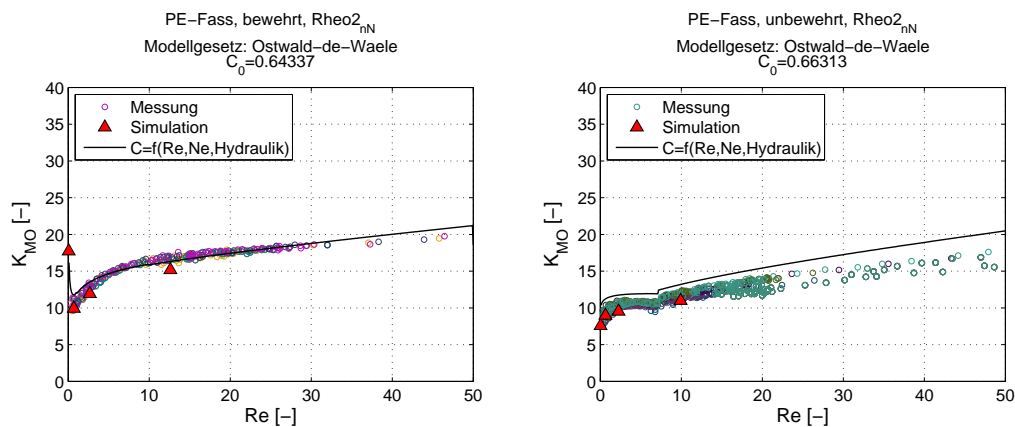
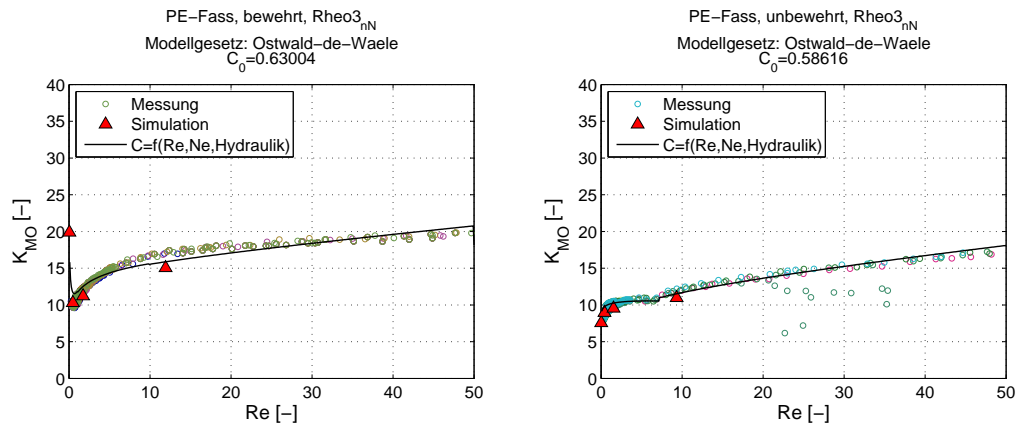
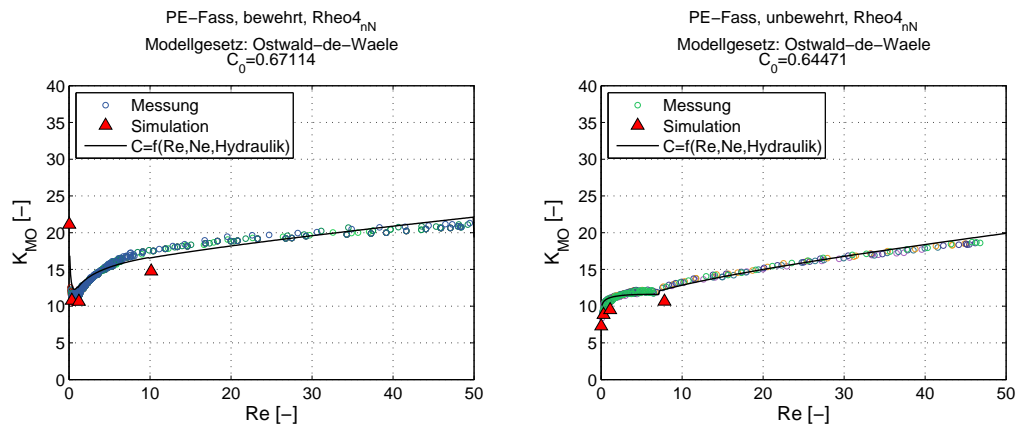
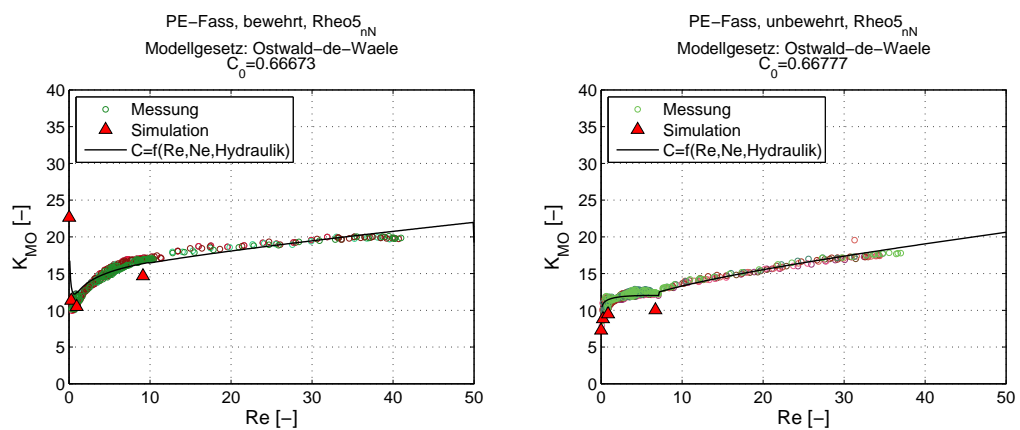
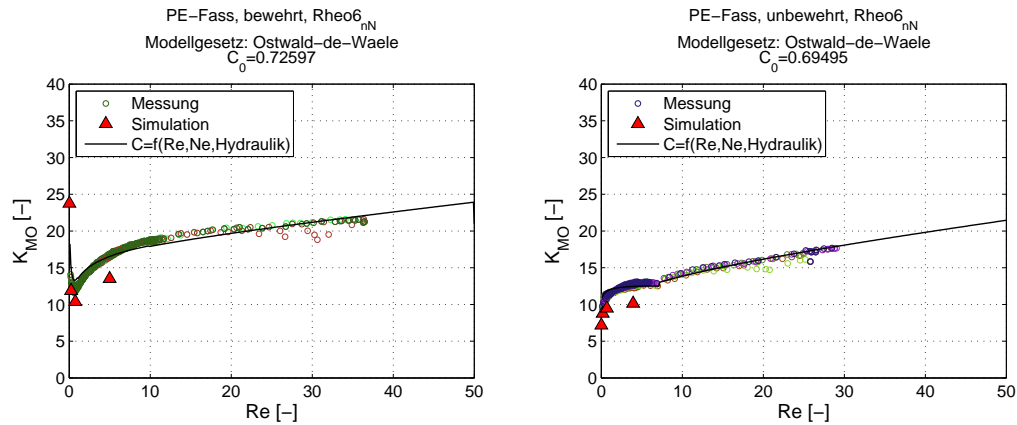
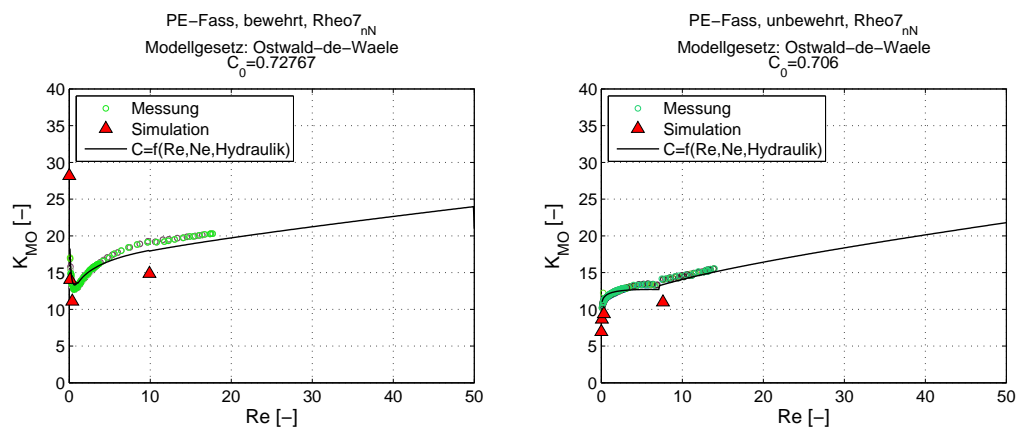


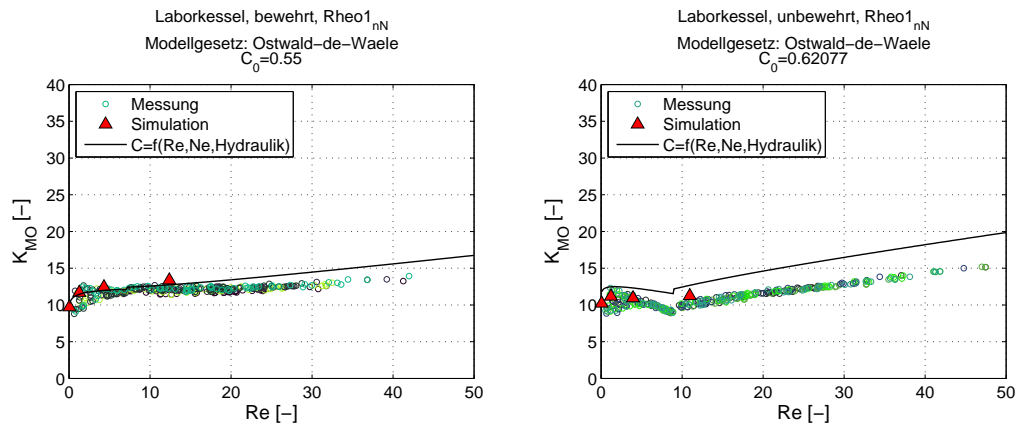
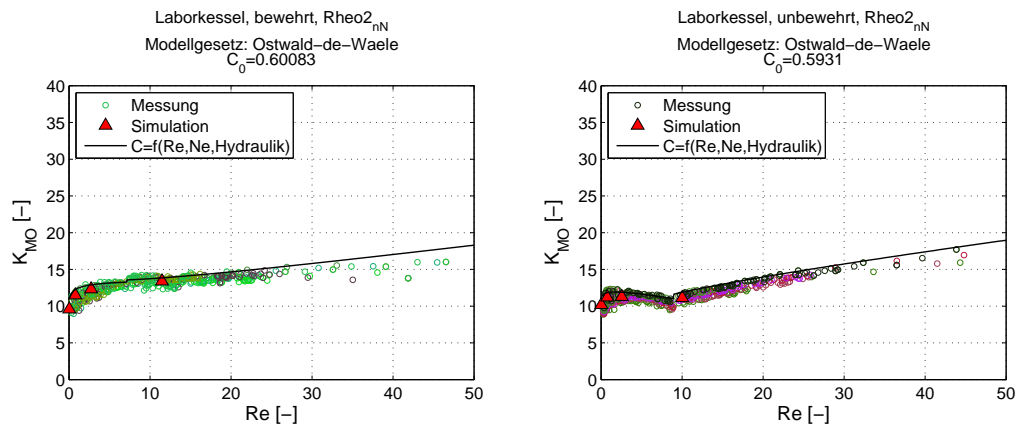
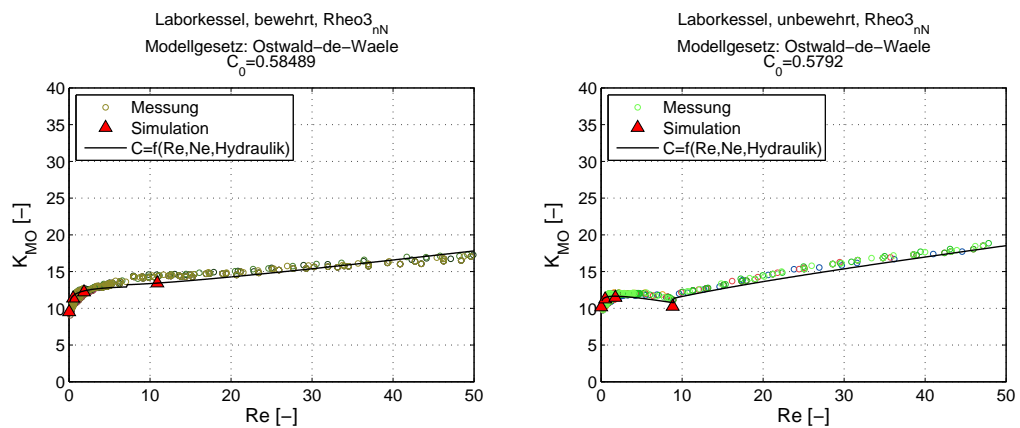
Abbildung E.2.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo2_{nN}$ , PE-Fass

Abbildung E.3.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo3_{nN}$ , PE-FassAbbildung E.4.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo4_{nN}$ , PE-FassAbbildung E.5.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo5_{nN}$ , PE-Fass

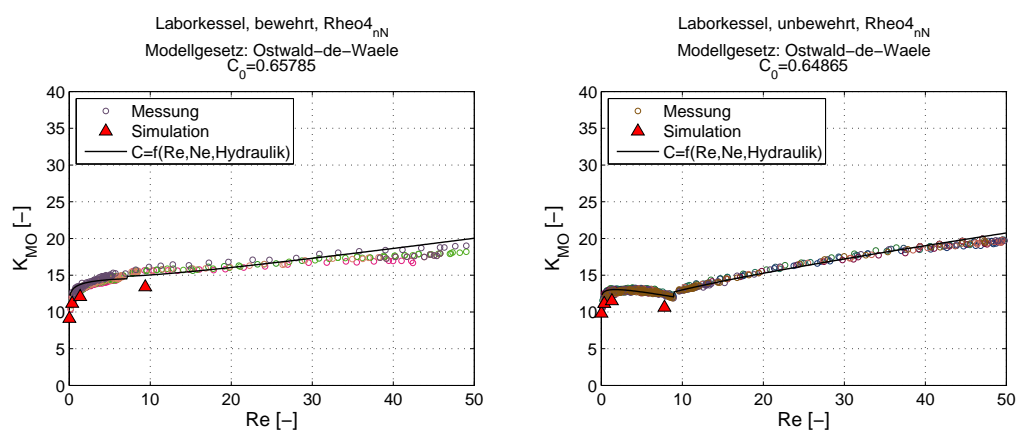
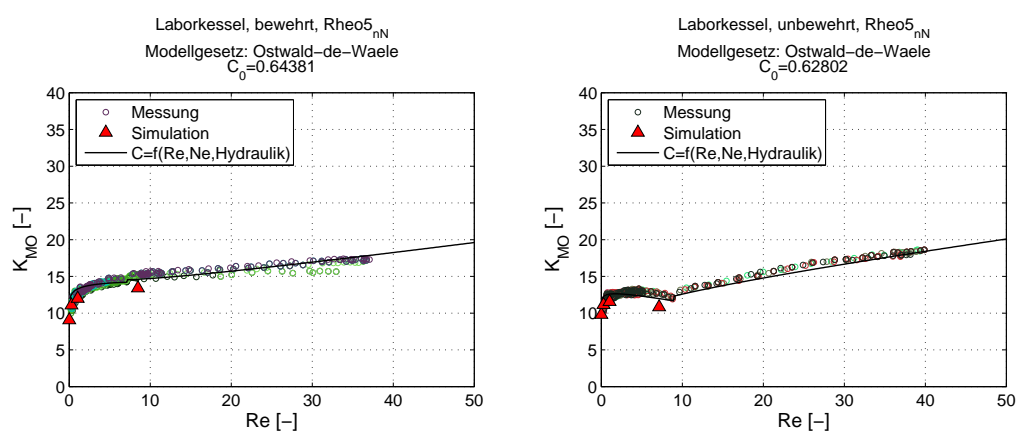
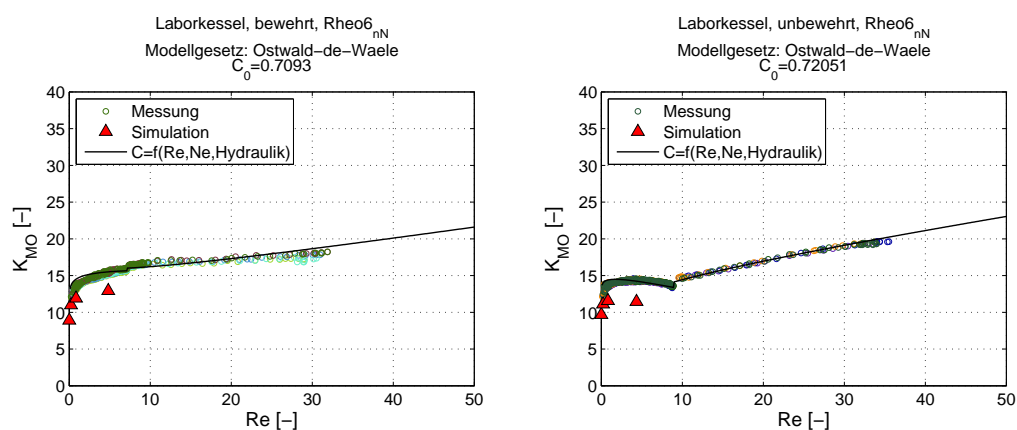
Abbildung E.6.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo6_{nN}$ , PE-FassAbbildung E.7.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo7_{nN}$ , PE-Fass

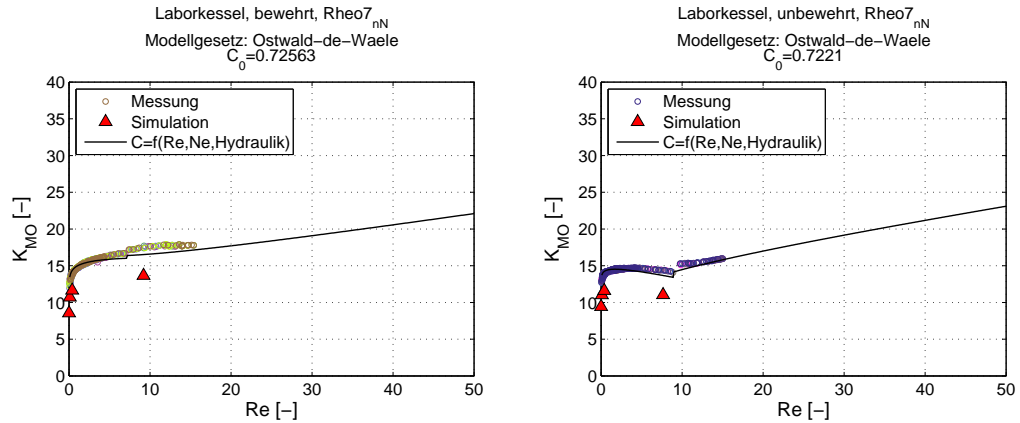
### E.1.2. Nicht-Newtonsche Kalibriermessungen im Laborkessel

Die Auswertung der Messungen, die mit der Hydraulik des bewehrten und unbewehrten Laborkessels durchgeführt wurden, sind in den folgenden Abbildungen zu sehen. Als Modellgesetz für die Fließfunktion kommt das Ostwald de Waele Gesetz zum Einsatz. Aufgrund geringer Unterschiede zwischen der Verwendung der Regressionsansätze von Ostwald de Waele und Herschel Bulkley, wird auf die Darstellung der Ergebnisse des Herschel Bulkley Gesetzes verzichtet. In den Abbildungen sind darüber hinaus die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen dargestellt.

Abbildung E.8.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo1_{nN}$ , LaborkesselAbbildung E.9.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo2_{nN}$ , LaborkesselAbbildung E.10.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo3_{nN}$ , Laborkessel



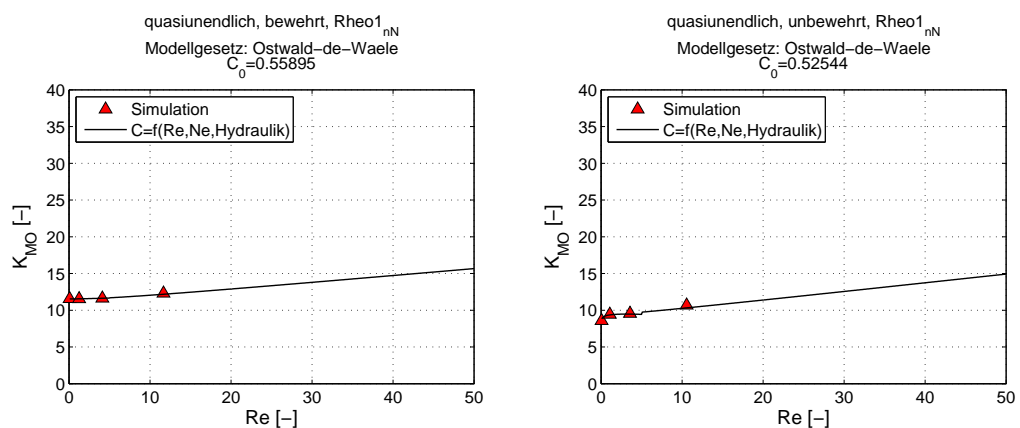
Abbildung E.11.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo4_{nN}$ , LaborkesselAbbildung E.12.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo5_{nN}$ , LaborkesselAbbildung E.13.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo6_{nN}$ , Laborkessel

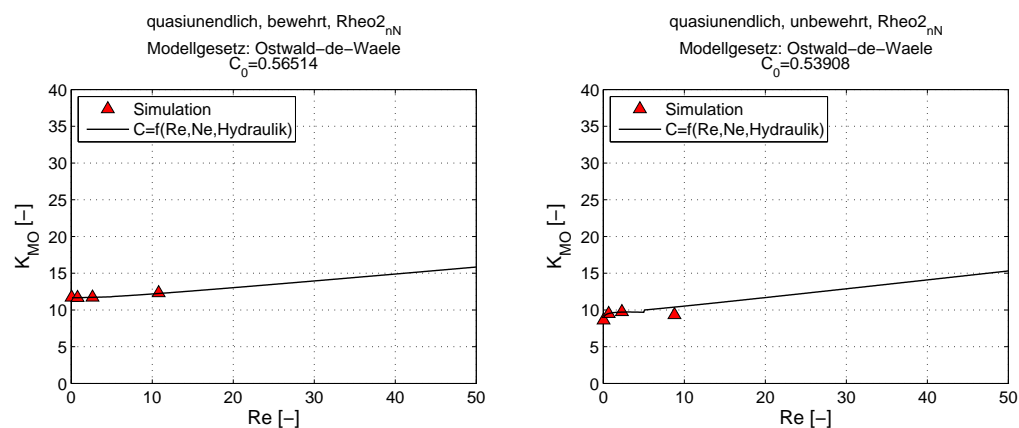
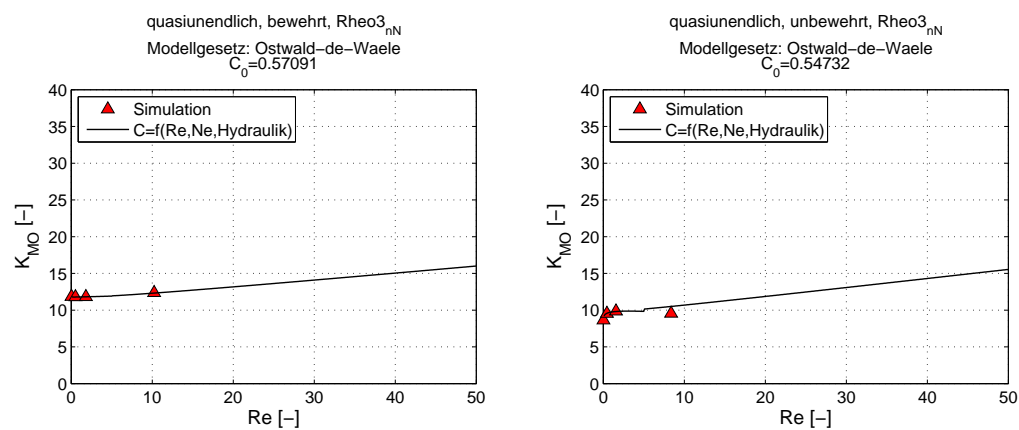
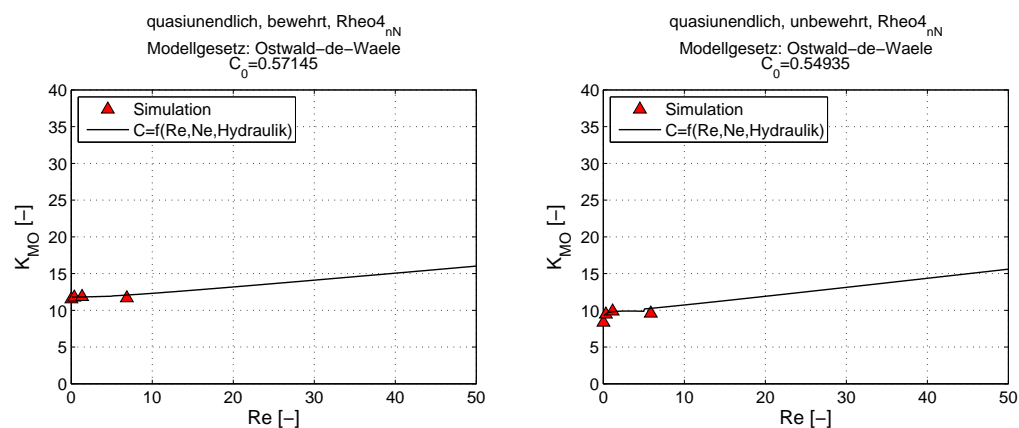
Abbildung E.14.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo7_{nN}$ , Laborkessel

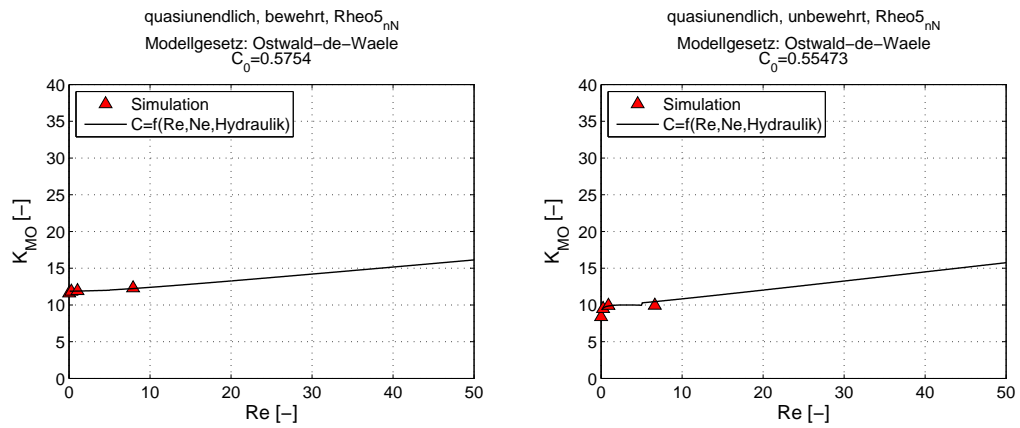
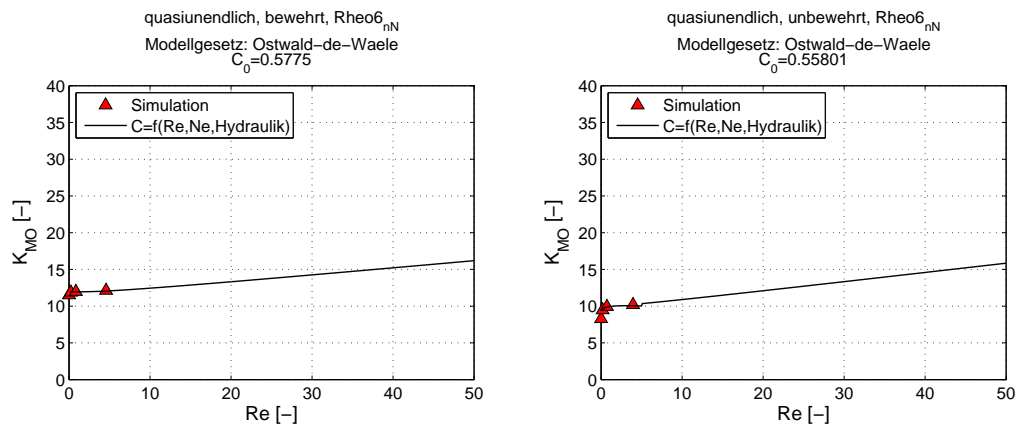
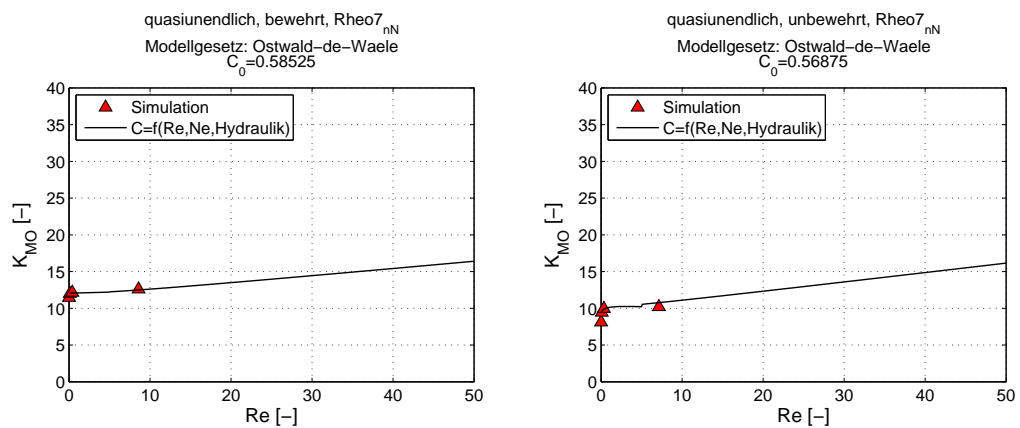
### E.1.3. Nicht-Newtonsche Kalibriermessungen im quasiunendlichen Kessel

Dieser Abschnitt beinhaltet die Resultate der Auswertungen zu den Untersuchungen im quasiunendlichen Kessel. Da hierzu keine Messungen durchgeführt werden konnten, sind ausschließlich die Ergebnisse der numerischen Untersuchungen und der Verlauf der Funktion  $C = f(Re, Ne, Fluid)$  dargestellt.

Da der Verlauf der experimentelle Werte für Modellmedien mit stark ausgeprägtem nicht-Newtonschen Charakter und für Strömungszustände mit hohen Reynolds-Zahlen nicht durch die Simulationen nachgerechnet werden konnten, wird zur Auswertung der Funktion  $C$  jeweils der letzte berechnete Wert vernachlässigt. Außerdem wird die Regression des Proportionalitätsfaktors  $C_0$  nur für die Modellmedien  $Rheo1_{nN}$  bis  $Rheo4_{nN}$  durchgeführt, vgl. Kapitel 6.

Abbildung E.15.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo1_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel

Abbildung E.16.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo2_{nN}$ , quasiunendlicher KesselAbbildung E.17.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo3_{nN}$ , quasiunendlicher KesselAbbildung E.18.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo4_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel

Abbildung E.19.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo5_{nN}$ , quasiunendlicher KesselAbbildung E.20.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo6_{nN}$ , quasiunendlicher KesselAbbildung E.21.: Verlauf der Faktoren für das Fluid  $Rheo7_{nN}$ , quasiunendlicher Kessel

## E.2. Abhängigkeit der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ vom Fluid

Aus den zuvor ermittelten Werten für die Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  kann mit einem Regressionsansatz ein Gesetz formuliert werden, das die Abhängigkeit der Parameter vom verwendeten Fluid wiedergibt. Hierzu wurde ein Gesetz mit Potenzansatz gewählt. Da im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich der Konsistenzfaktor  $k$  in ausreichender Weise variiert wurde, wird die Abhängigkeit der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  von diesem Faktor angegeben.

Die Auswertung der folgenden Abbildungen erfolgte mit dem Fließgesetz von Ostwald de Waele. Der Regressionsansatz von Herschel Bulkley liefert nur geringfügig abweichende Ergebnisse. Daher wird auf die Darstellung der Auswertung mit dem Gesetz von Herschel Bulkley verzichtet. In den jeweils links abgebildeten Diagrammen ist der Verlauf des Parameters  $C_0$  zu sehen, in den rechts abgebildeten die Größe  $K_{MO}$ .

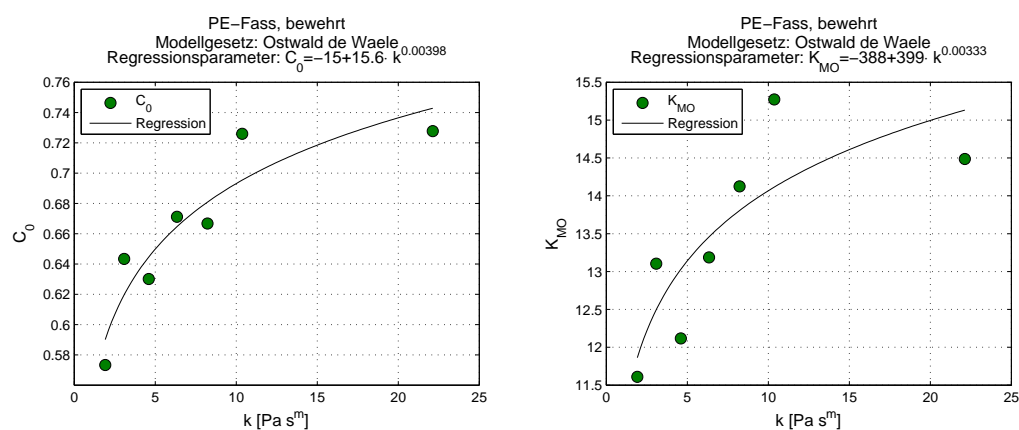


Abbildung E.22.: Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001a

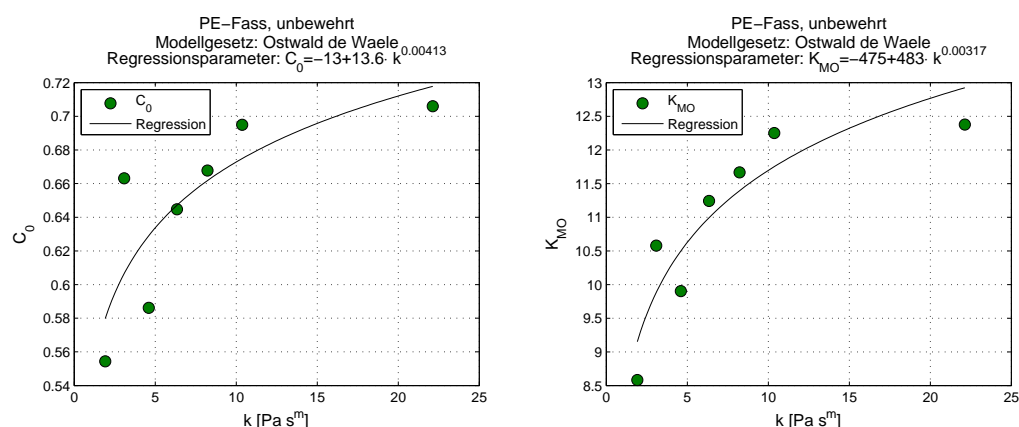


Abbildung E.23.: Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001b

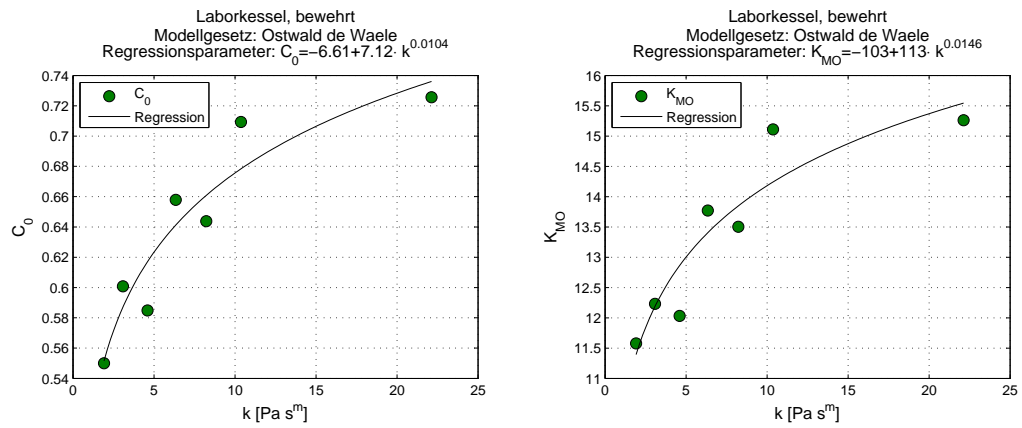


Abbildung E.24.: Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001c

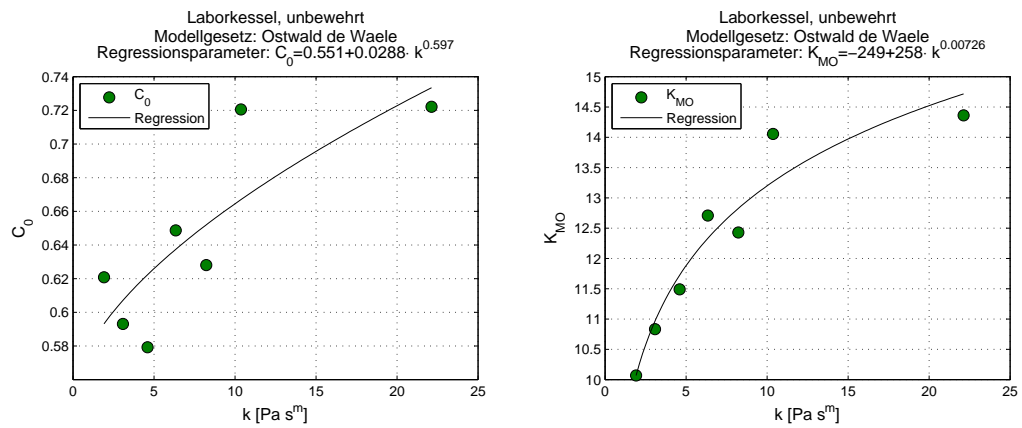


Abbildung E.25.: Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001d

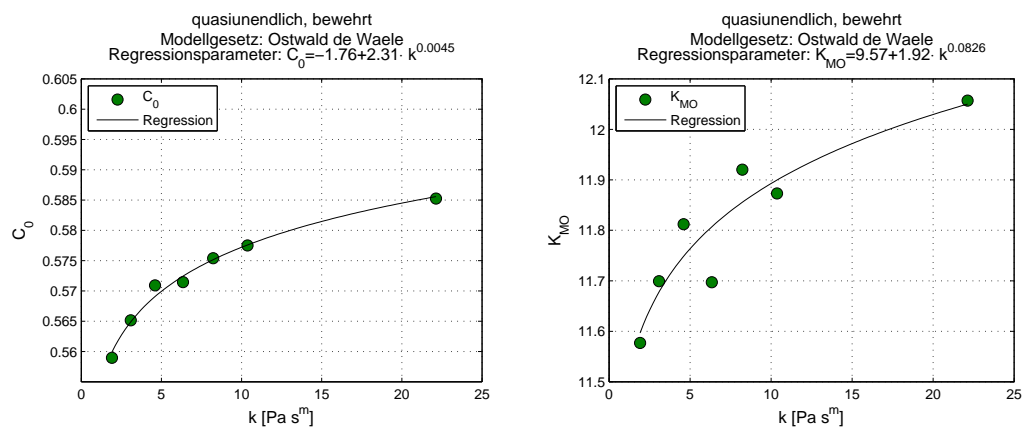


Abbildung E.26.: Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001e

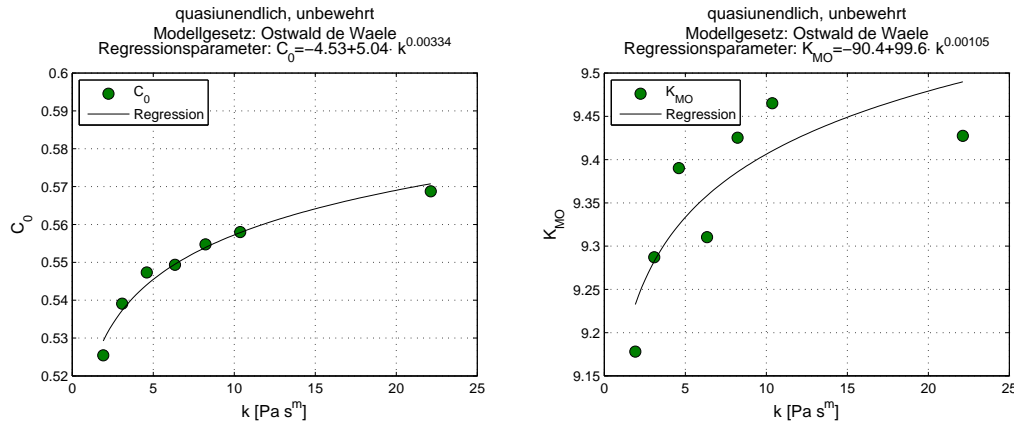


Abbildung E.27.: Verlauf der Faktoren in Abhängigkeit des Fluids, Hydraulik 001f

### E.3. Vergleich der Parameter $K_{MO}$ und $C_0$ mit Rotationsviskosimetrie

Zur Bewertung der Ergebnisse des Propellerviskosimeters wurden sämtliche Kalibriermessungen, die mit nicht-Newtonschen Medien durchgeführt wurden, mit den vorgestellten Verfahren ausgewertet. Jeder Messung wurden die Ergebnisse der Rotationsviskosimetrie gegenübergestellt. Diese Auswertung erfolgte mit den Modellgesetzen von Ostwald de Waele und Herschel Bulkley. Analog zu den Kalibrierungsergebnissen ergibt sich eine nur geringe Abweichung zwischen beiden Modellgesetzen. Daher wird auf die Darstellung der Ergebnisse des Herschel Bulkley Gesetzes verzichtet.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Viskosität in Abhängigkeit der Scherrate, die mit den vorgestellten Verfahren und mit einem Rotationsviskosimeter ermittelt werden konnten. Es werden jeweils nicht die gemessenen Größen dargestellt, sondern eine Approximation der Ergebnisse. Die Variante mit konstanten  $K_{MO}$ -Werten wird im Diagramm mit " $K_{MO,i} = const$ " bezeichnet. Wird für jeden gemessenen Wert  $K_{MO}$  erneut ermittelt, wird die Kurve mit " $K_{MO,i} = variable$ " bezeichnet. Die Kurve, die auf die Funktion  $C$  zurückgreift, erhält die Bezeichnung " $C_i = f(Re, Ne, Fluid)$ ". In den Diagrammen ist sowohl der Parameter  $C_0$ , als auch die mittlere Metzner-Otto Größe wiedergegeben. In der linken Abbildung ist jeweils die bewehrte Hydraulik zu sehen, in der rechten die unbewehrte. Die Abbildungen zeigen alle verwendeten Modellfluide.

#### E.3.1. PE-Fass

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse dargestellt, die mit den vorgestellten Verfahren und den Hydraulikvarianten 001a und 001b ermittelt wurden. In den Darstellungen ist eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der Rotationsviskosimetrie und den Resultaten des Verfahrens mit der Funktion  $C$  zu sehen. In Bereichen geringer Scherrate weicht das Ergebnis infolge von Messungenauigkeiten in geringem Maß ab. Die

Verwendung der Metzner-Otto Größe als Konstante führt häufig zu Viskositätskurven, deren Fließindex  $m$  nicht korrekt bestimmt wurde. Die hierzu verwendeten  $K_{MO}$ -Werte beschränken sich auf den Bereich, in dem  $Re$  kleiner als 10 ist. Die Verwendung des  $K_{MO}$ -Werts als variable Funktion ergibt nahezu exakte Werte. Die iterative Bestimmung dieser Funktion setzt a priori jedoch die genaue Kenntnis der Fließfunktion voraus. Wird das Propellerviskosimeter als Messgerät verwendet, ist diese Funktion nicht bekannt und die iterative Bestimmung von  $K_{MO}$  für jede gemessene Drehzahl ist somit nicht durchführbar.

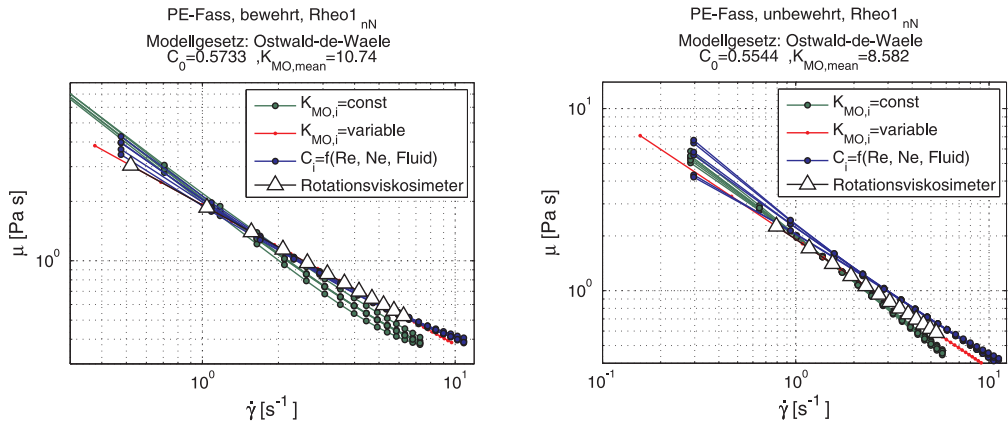


Abbildung E.28.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo1_{nN}$ , PE-Fass

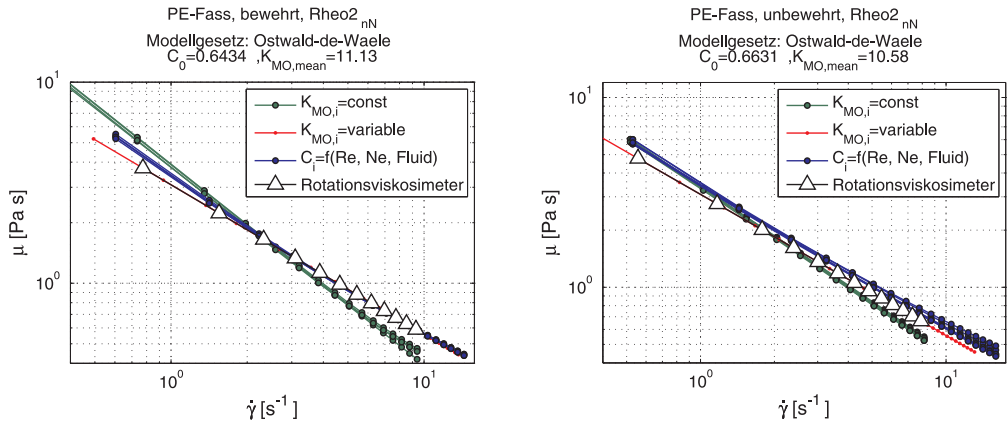


Abbildung E.29.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo2_{nN}$ , PE-Fass



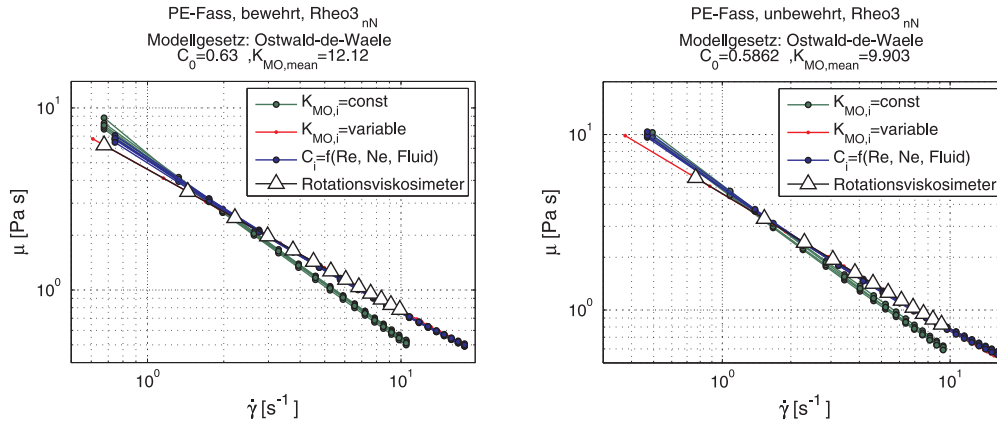


Abbildung E.30.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo3_{nN}$ , PE-Fass

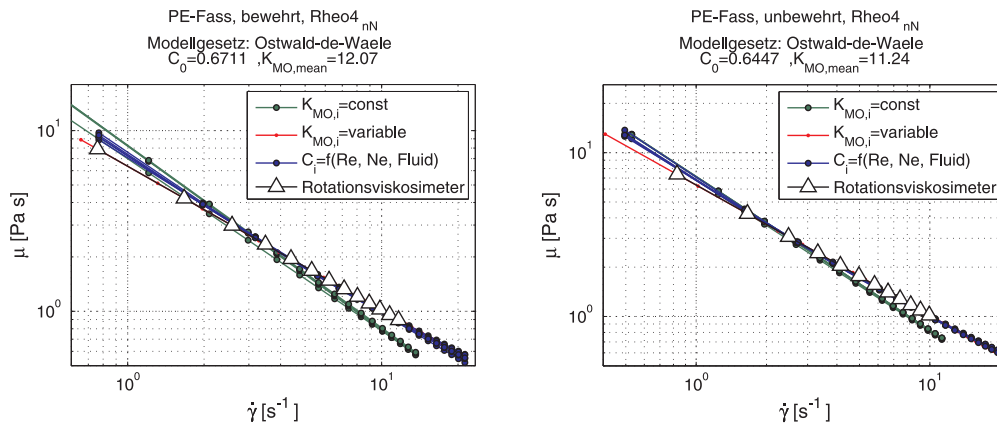


Abbildung E.31.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo4_{nN}$ , PE-Fass

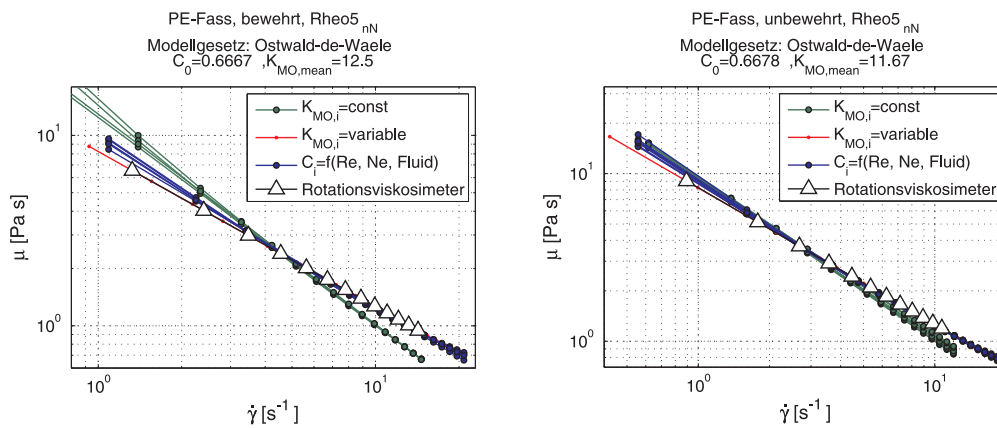


Abbildung E.32.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo5_{nN}$ , PE-Fass

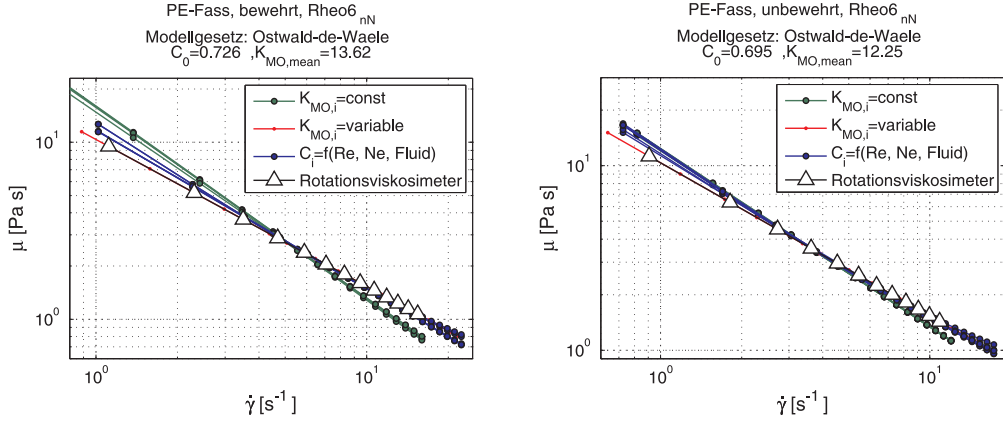


Abbildung E.33.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo6_{nN}$ , PE-Fass

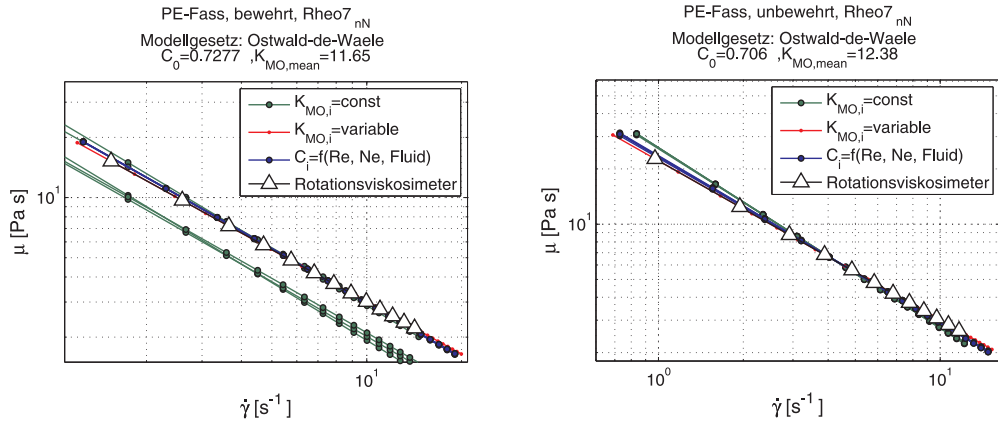


Abbildung E.34.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo7_{nN}$ , PE-Fass

### E.3.2. Laborkessel

Die folgenden Abbildungen illustrieren den Vergleich der Ergebnisse, die mit den in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren und mit den Messungen der Rotationsviskosimetrie erstellt wurden. Die verwendete Hydraulikvariante entspricht der des Laborkessels. Analog zu den Ergebnissen, die mit dem PE-Fass ermittelt wurden, stimmen die Ergebnisse, die auf der Verwendung der Funktion  $C$  beruhen, gut mit den konventionell ermittelten Werten für die Viskositätsfunktion überein. Die Verwendung der Metzner-Otto Konstante beruht auf der Mittelung aller  $K_{MO}$ -Größen, die für Re-Zahlen, kleiner 10 bestimmt wurden. Die hiermit bestimmte Viskositätskurve weicht insbesondere durch einen nicht korrekt ermittelten Fließindex ab. Die für jede Drehzahl bestimmte  $K_{MO}$ -Größe erzielt die besten Ergebnisse. Diese Methode ist aus den oben dargelegten Gründen für eine Viskositätsmessung nicht geeignet.

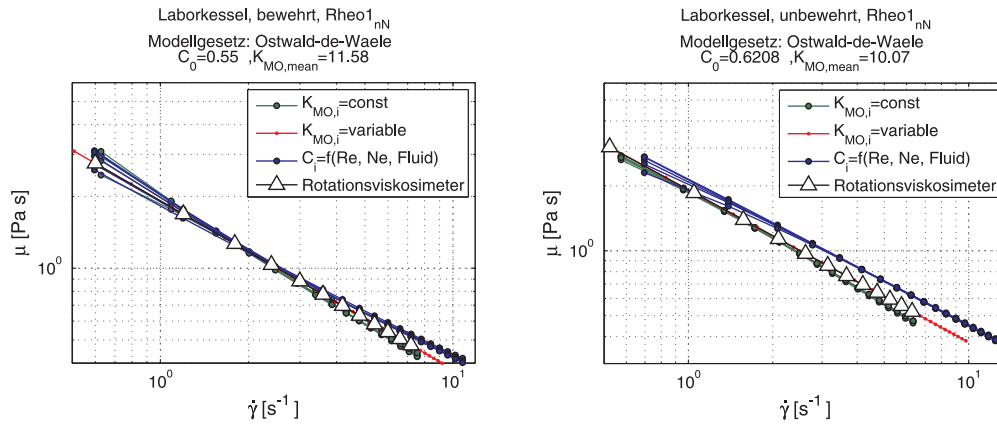


Abbildung E.35.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo1_{nN}$ , Laborkessel

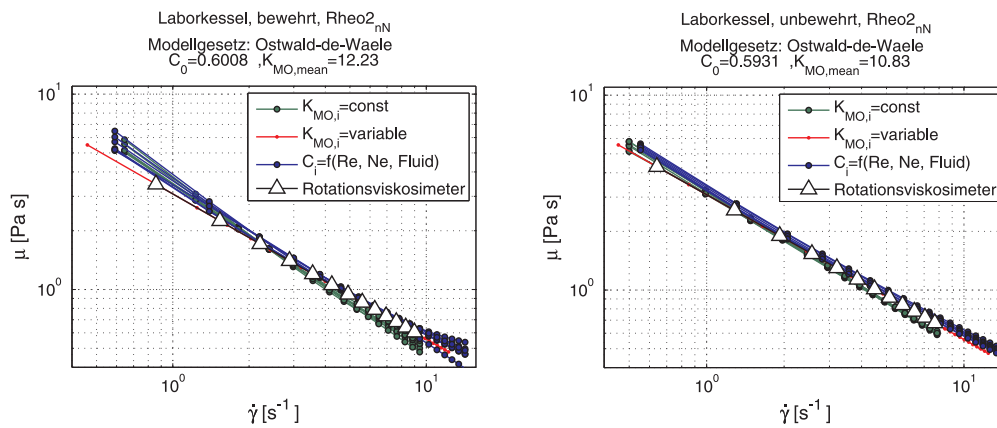


Abbildung E.36.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo2_{nN}$ , Laborkessel

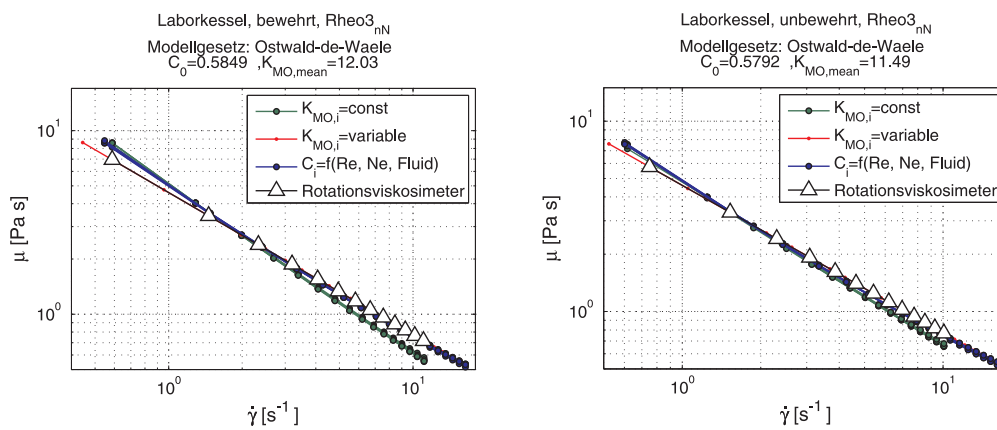


Abbildung E.37.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo3_{nN}$ , Laborkessel

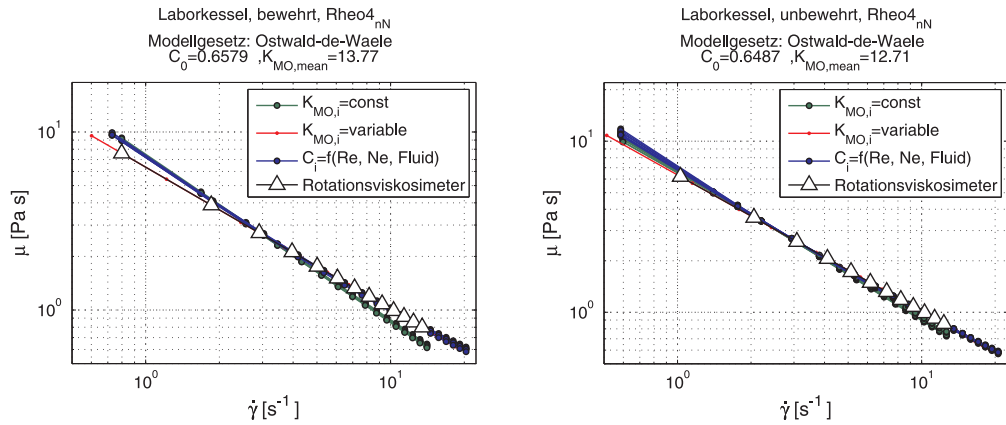


Abbildung E.38.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo4_{nN}$ , Laborkessel

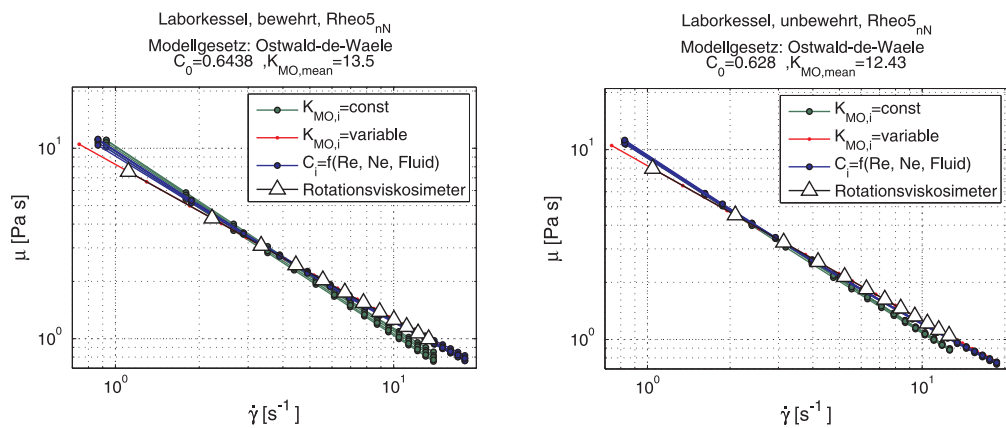


Abbildung E.39.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo5_{nN}$ , Laborkessel

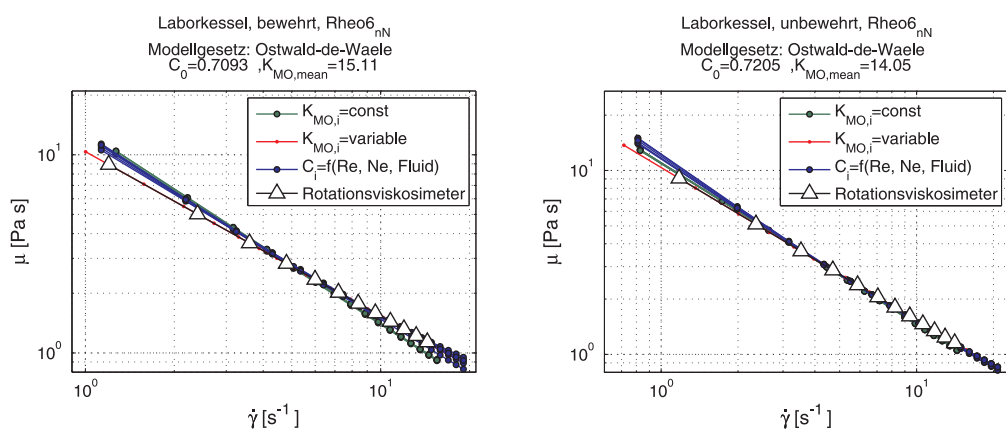


Abbildung E.40.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo6_{nN}$ , Laborkessel

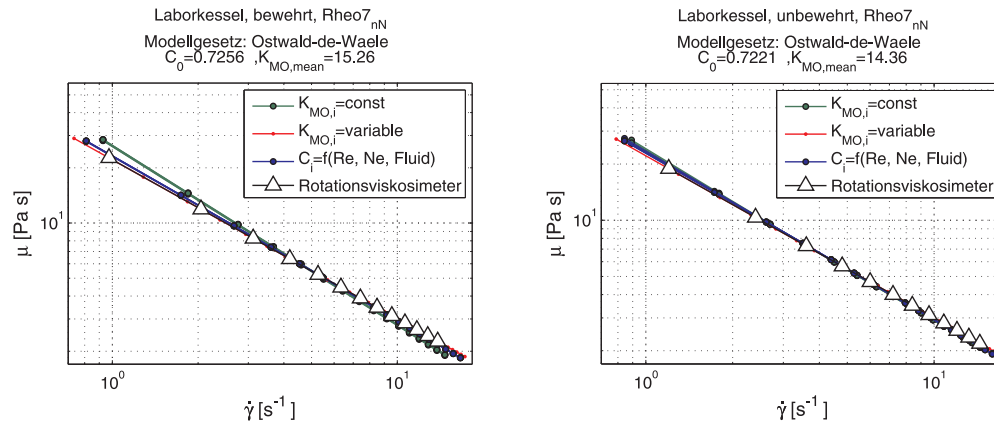


Abbildung E.41.: Vergleich der Parameter  $K_{MO}$  und  $C_0$  mit Rotationsviskosimetrie, Modellfluid  $Rheo7_{nN}$ , Laborkessel



## F. Numerische Vergleichsuntersuchungen

Die numerischen Untersuchungen, vgl. Kapitel 6, wurden für nicht-Newtonsche Modellmedien in single precision ausgeführt. Aufgrund der geringen Anzahl an Iteration, die mit dem gewählten Solver für laminare Strömung durchgeführt werden mussten, um eine Konvergenz der Zielgröße zu erreichen, wirkt sich der Fehler gegenüber double precision nur sehr gering aus.

Zum Vergleich wurden die numerischen Untersuchungen zu den Medien  $Rheo5_{nN}$  und  $Rheo6_{nN}$  sowohl in single, als auch in double precision ausgeführt. Anschließend wurde die Differenz der jeweils berechneten Beträge für das Drehmoment gebildet. Die resultierende Abweichung ist äußerst gering und kann in der folgenden Tabelle nachgelesen werden.

Fluid	$n \text{ [min}^{-1}\text{]}$	precision		$ \Delta M[Nm] $
		single	double	
$Rheo5_{nN}$	1	0,0085	0,0085	$2 \cdot 10^{-8}$
	5	0,0115	0,0115	$1 \cdot 10^{-7}$
	10	0,0131	0,0131	0
	30	0,0161	0,0161	0
$Rheo6_{nN}$	1	0,0110	0,0110	0
	5	0,0144	0,0144	0
	10	0,0163	0,0163	$1 \cdot 10^{-7}$
	25	0,0190	0,0190	0

Tabelle F.1.: Vergleich der Berechnungsergebnisse für das Drehmoment bei Verwendung von single, bzw. double precision





**Betreute Arbeiten**

Monika Kessler	Auslegungskonzepte von Biogasanlagen	2008
Christopher Bollendorff	Analyse der Adaptionmöglichkeiten von Elektromotoren an baureihenbasierende Membranventile mit anschließender Variantenwahl und Konstruktion	2009
Michael Rüttgers	Experimentelle Untersuchungen an einem Flugzeugmodell mit anschließender Validierung mit numerischen Methoden	2009
Philipp Wild	Experimentelle Untersuchungen an einem Flugzeugmodell mit anschließender Validierung mit numerischen Methoden	2009
Pascal Winkes	Untersuchung einer schnelllaufenden Druckluftturbine	2010
Ruben Friedland	Generierung eines NACA-Tragflächenprofils mit anschließender Überprüfung der Einflüsse der Variation des Anstellwinkels in Experimenten und Simulationen	2010
Matthias Grunenberg	Eigenwertanalyse eines Pumpenlaufrades mit der Methode der finiten Elemente	2010



## Lebenslauf

### Persönliche Daten

Name: Thomas Reviol  
geboren: 03.06.1981 in Saarbrücken  
Familienstand: ledig

### Schulbildung und Zivildienst

08/1987 - 07/1991 Grundschohle Kinkel  
08/1991 - 07/2000 Gymnasium Johanneum/Homburg(Saar)  
07/2000 - 05/2001 Zivildienst beim Arbeiter-Samariter-Bund,  
Ortsverband Saarpfalz

### Hochschulbildung

10/2001 - 12/2007 Studium des Maschinenbaus an der Technischen  
Universität Kaiserslautern  
Vertiefungsrichtung: Konstruktionstechnik  
Abschluss: Diplom-Ingenieur Maschinenbau

### Beruflicher Werdegang

Seit 01/2008 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für  
Strömungsmechanik und Strömungsmaschinen,  
Technische Universität Kaiserslautern

